

Cuaderno de trabajo de Matemática

RESOLVAMOS PROBLEMAS

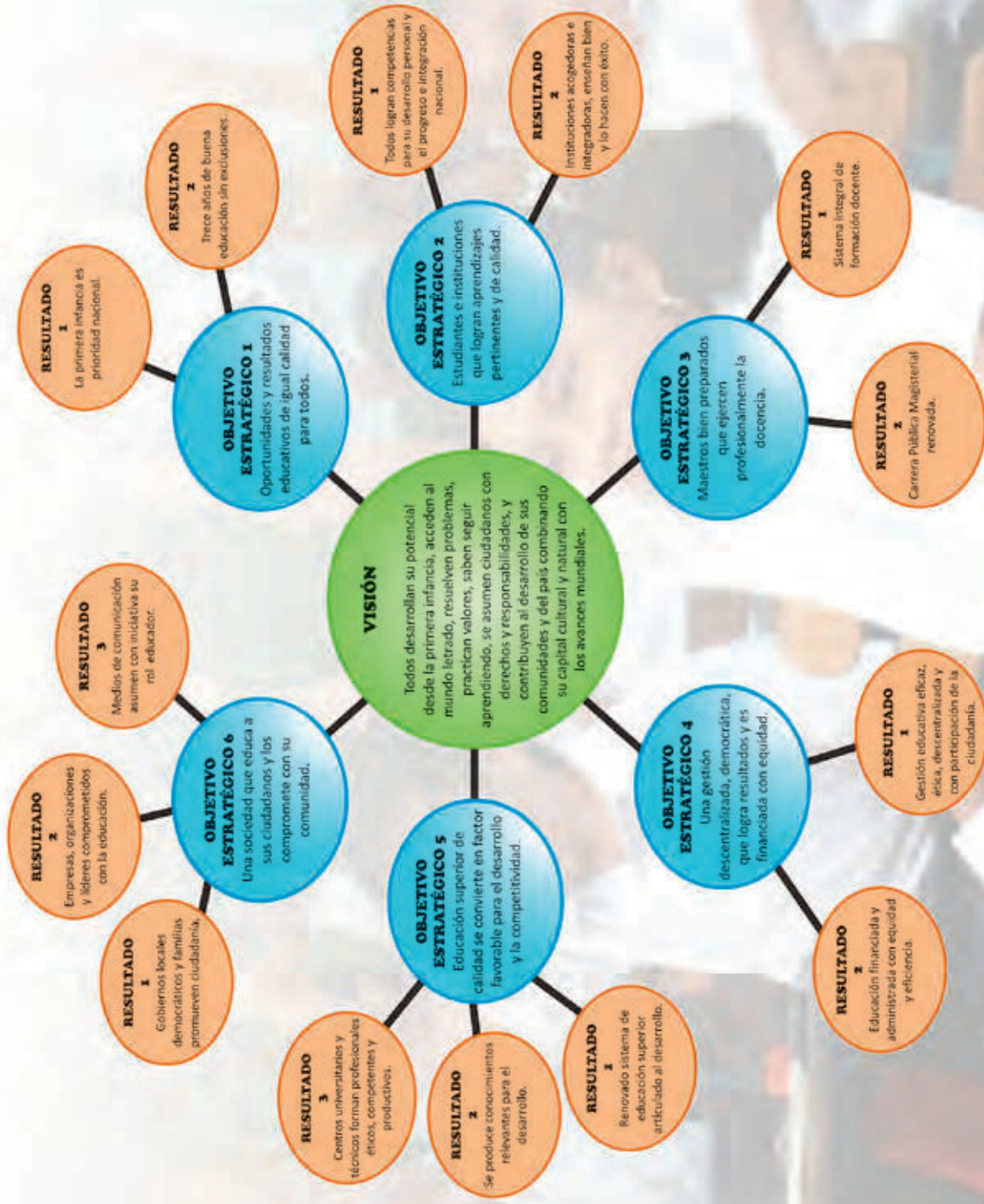
S E C U N D A R I A

3



MINISTERIO DE EDUCACIÓN

PROYECTO EDUCATIVO NACIONAL AL 2021



Cuaderno de trabajo de Matemática

RESOLVAMOS PROBLEMAS

S E C U N D A R I A

3



MINISTERIO DE EDUCACIÓN



Resolvamos problemas 3

Cuaderno de trabajo de Matemática

Editado por:

Ministerio de Educación
Calle Del Comercio N.° 193, San Borja
Lima 41, Perú
Teléfono: 615-5800
www.minedu.gob.pe

Propuesta de contenidos:

Larisa Mansilla Fernández
Olber Muñoz Solís
Juan Carlos Chávez Espino
Hugo Luis Támara Salazar
Marco Antonio Meza Huaylinos
Hubner Luque Cristóbal Jave

Revisión pedagógica:

Olber Muñoz Solís
Larisa Mansilla Fernández
Juan Carlos Chávez Espino

Revisión académica:

Concepción Florencia Suca Meza
Richard del Pino Vásquez

Diseño y diagramación:

Carlos Héctor Boza Loayza

Corrección de estilo:

Martha Silvia Petzoldt Diaz

Primera edición: setiembre de 2017

Segunda edición: junio de 2019

Tiraje: 471 976 ejemplares

Impreso por:

Industria Gráfica **Cimagraf** S.A.C.
Se terminó de imprimir en octubre de 2019, en los talleres gráficos de Industria Gráfica Cimagraf S.A.C., sito en pasaje Santa Rosa N.° 140, Lima-Ate.

©Ministerio de Educación

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso del Ministerio de Educación.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N.° 2019-08858

Impreso en el Perú / *Printed in Peru*



Estimada/o estudiante:

Es de sumo agrado para nosotros poner en tus manos el cuaderno de trabajo *Resolvamos problemas 3*, que estamos seguros te ayudará a descubrir la presencia de la matemática en la vida cotidiana y a utilizarla de manera adecuada y creativa en la resolución de problemas vinculados a la realidad.

Este cuaderno ha sido elaborado para ti. En él encontrarás diversas estrategias heurísticas, como hacer diagramas tabulares, diagrama de árbol o diagramas lineales; particularizar y plantear ecuaciones, utilizar ensayo y error, entre otras, que te serán útiles en el proceso de resolución de problemas.

En su estructura, el cuaderno te propone una diversidad de fichas de trabajo, cada una de las cuales se encuentra organizada en tres secciones: *Aplicamos nuestros aprendizajes*, *Comprobamos nuestros aprendizajes* y *Evaluamos nuestros aprendizajes*.

En la primera sección, *Aplicamos nuestros aprendizajes*, te presentamos una situación relacionada con la vida cotidiana, que será abordada a través de interrogantes que pretenden movilizar tus capacidades y conocimientos, lo cual te ayudará a comprender el problema, diseñar o seleccionar una estrategia o plan, ejecutar la estrategia y reflexionar sobre lo desarrollado.

En la segunda sección, *Comprobamos nuestros aprendizajes*, te planteamos tres situaciones de contexto, en cuyo desarrollo podrás explicar el proceso de resolución, identificando estrategias y describiendo procedimientos utilizados. Este análisis te permitirá plantear otros caminos de resolución, así como identificar errores y realizar tu propia corrección.

Finalmente, en la tercera sección, *Evaluamos nuestros aprendizajes*, te presentamos situaciones de diverso grado de complejidad en contextos variados y apoyados en gráficos. Al desarrollar las actividades que contienen, te darás cuenta de tus progresos.

Esperamos que con esta experiencia sientas que hacer matemática es un reto posible de alcanzar. Disfrútalo.



Ficha 1

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- El restaurante de Ana 13
- Comprobamos nuestros aprendizajes 16
- Evaluamos nuestros aprendizajes 21

Ficha 2

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- El recorrido de una esfera 27
- Comprobamos nuestros aprendizajes 30
- Evaluamos nuestros aprendizajes 35

Ficha 3

Resuelve problemas de cantidad.

- Nuestro macrouniverso 43
- Comprobamos nuestros aprendizajes 46
- Evaluamos nuestros aprendizajes 49

Ficha 4

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- Unidos por un polideportivo 55
- Comprobamos nuestros aprendizajes 58
- Evaluamos nuestros aprendizajes 61

Ficha 5

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Sintonía de un programa 67
- Comprobamos nuestros aprendizajes 70
- Evaluamos nuestros aprendizajes 76

Ficha 6

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Elegimos un servicio conveniente 83
- Comprobamos nuestros aprendizajes 87
- Evaluamos nuestros aprendizajes 90

Ficha 7

Resuelve problemas de cantidad.

- El planeta Marte 95
- Comprobamos nuestros aprendizajes 98
- Evaluamos nuestros aprendizajes 101

Ficha 8

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- Ordenamos la habitación 107
- Comprobamos nuestros aprendizajes 110
- Evaluamos nuestros aprendizajes 113

Ficha 9

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Elegimos a los mejores atletas 119
- Comprobamos nuestros aprendizajes 123
- Evaluamos nuestros aprendizajes 129

Ficha 13

Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.

- Una visita al museo 171
- Comprobamos nuestros aprendizajes 174
- Evaluamos nuestros aprendizajes 179

Ficha 10

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- El juego de ajedrez 135
- Comprobamos nuestros aprendizajes 138
- Evaluamos nuestros aprendizajes 142

Ficha 14

Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

- Las líneas aéreas y sus condiciones de viaje 185
- Comprobamos nuestros aprendizajes 188
- Evaluamos nuestros aprendizajes 191

Ficha 11

Resuelve problemas de cantidad.

- Organizamos la campaña navideña 147
- Comprobamos nuestros aprendizajes 150
- Evaluamos nuestros aprendizajes 154

Ficha 15

Resuelve problemas de cantidad.

- Elegimos el préstamo más conveniente 197
- Comprobamos nuestros aprendizajes 200
- Evaluamos nuestros aprendizajes 203

Ficha 12

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- Decoramos y construimos envases 159
- Comprobamos nuestros aprendizajes 162
- Evaluamos nuestros aprendizajes 165

Ficha 16

Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

- ¿Hay figuras iguales o parecidas? 209
- Comprobamos nuestros aprendizajes 212
- Evaluamos nuestros aprendizajes 216

Conociendo algunas estrategias

Un buen resolutor de problemas debe llegar a desarrollar la capacidad de resolver un problema con diversos métodos; además, necesita estar en capacidad de combinar estrategias creativamente. En cada etapa de desarrollo de la solución, debemos definir qué estrategia se utilizará en la siguiente fase.

1. Estrategias de comprensión

Lectura analítica

Leer analíticamente un texto es dividirlo en unidades que proporcionen algún tipo de información y establecer, luego, cómo estas partes se interrelacionan y muestran el panorama de lo que se quiere decir. Al leer un problema de manera analítica, uno puede hacerse estas preguntas: ¿quiénes participan en la historia?, ¿qué es lo que no varía a lo largo de la historia?, ¿cuáles son las condiciones del texto?, ¿cuáles son los datos que nos proporciona?, ¿qué datos son relevantes para resolver el problema?, ¿qué debemos encontrar?, ¿qué condiciones se imponen a lo que buscamos?, entre otras interrogantes que ayudarán a que el estudiante se familiarice y le pierda temor a resolver el problema.

La lectura analítica ayuda mucho en la comprensión lectora del problema, pero no garantiza el camino a su solución. Leer analíticamente no es identificar las palabras claves ni buscar *tips* para encontrar la variable (estos son procesos mecánicos que no ayudan a comprender cabalmente un problema). En la vida real, los problemas matemáticos pueden no contener esas palabras claves que aparecen en problemas diseñados para libros de texto, por lo que el estudiante enfocará erradamente un problema si hace uso de este mecanismo.

La lectura analítica es importante en la comprensión de problemas, pues estos textos contienen elementos matemáticos como números,

diagramas, relaciones dentro de una historia o un contexto real complejo, por lo que no es lo mismo que leer un cuento o un ensayo. De hecho, hay personas que comprenden perfectamente textos humanísticos, pero no aquellos que contienen elementos matemáticos.

Parafrasear

Parafrasear es decir algo de otro modo para clarificar y comprender un texto. Explicar un problema con nuestras propias palabras ayuda mucho en el proceso de comprensión. Se debe decir que parafrasear no implica aprenderse de memoria un texto y repetirlo; es señalar lo más importante de una historia y expresarlo con palabras, evitando en lo posible particularidades como números, fechas, nombres, locaciones, etc.

Veamos un ejemplo:

Problema	Parafraseo
Jaime fue el organizador de la fiesta de fin de año de su colegio. Él proyectó ganar S/4800, para lo cual repartió 200 tarjetas; pero, lamentablemente, solo se vendieron 130, lo que le causó una pérdida de S/150. ¿Cuánto invirtió en la fiesta?	Una persona organiza una fiesta. Para ganar necesita vender una cantidad de tarjetas; pero vende menos y pierde. Nos piden saber cuánto invirtió en la fiesta.

Se sugiere que el/la docente tome todos los problemas del cuaderno y realice una lectura analítica de ellos, que produzca sus propios esquemas de comprensión y realice al menos dos parafraseos por cada problema presentado. Esos ejercicios le ayudarán a mejorar su desempeño en la conducción de las tareas en el aula.

Hacer esquemas

La capacidad de representar una situación compleja mediante esquemas es algo que se

va aprendiendo desde los primeros años de escolaridad y continúa en proceso de construcción toda la vida. Hacer e interpretar esquemas son algunas de las capacidades más necesarias en nuestra vida laboral adulta. En diversas situaciones cotidianas se requiere de la esquematización de los sistemas, las situaciones, los procesos, con el fin de comprenderlos mejor. Un esquema apunta a encontrar una estrategia de solución; no existe una relación directa entre hacer un esquema y dar solución a un problema, pero ayuda mucho en este proceso.

2. Estrategias de resolución

Una estrategia importante en la búsqueda de soluciones es representar el problema mediante algún organizador visual. Aquí presentamos algunos organizadores de información que se utilizan frecuentemente en el proceso de resolver problemas matemáticos.

Diagramas de tiras

Se utilizan mayormente cuando la cantidad que interviene en el problema varía en el tiempo o es dividida en partes que se relacionan entre sí.

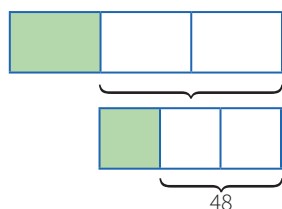
Ejemplo:

La tercera parte de las entradas para el estreno de una película se vendieron días antes de la función, y $\frac{1}{3}$ del resto se vendió el día del estreno. Finalmente, quedaron 48 entradas sin vender. ¿Cuál era el número total de entradas previsto para la función de estreno?

Solución:

Cantidad: Número total de entradas.

Elabora un diagrama de tiras.



Diagramas tabulares (tablas)

Se emplean cuando se brinda información sobre características que relacionan dos grupos. También en problemas sobre edades o de proporcionalidad, en los que se debe buscar algún patrón o regla de formación.

Ejemplo:

Dos amigos tienen lápices, borradores y tajadores en sus cartucheras. Hay 8 borradores en total. Mónica tiene el doble de lápices que Felipe, quien tiene 5 tajadores más que lápices. Mónica tiene tantos tajadores como lápices posee Felipe. Mónica tiene 18 útiles y ningún borrador. ¿Cuántos lápices, tajadores y borradores tiene cada uno?

Solución:

Grupo 1: Mónica, Felipe.

Grupo 2: Lápices, borradores, tajadores.

	Lápices	Borradores	Tajadores	TOTAL
Mónica	$2x$	0	x	18
Felipe	x	8	$x + 5$	
TOTAL		8		

Diagramas analógicos

Se suelen utilizar en problemas geométricos. Son dibujos que representan la realidad de manera similar, pero esquemática, sin considerar los elementos irrelevantes para el problema.

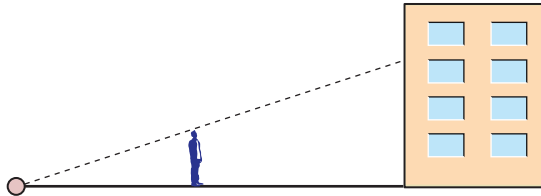
Mediante esta representación es posible visualizar las relaciones entre los datos y las incógnitas.

Ejemplo:

Un hombre de 1,8 m de estatura camina hacia un edificio a razón de 1,5 m/s. Si hay una lámpara sobre el suelo a 15 m del edificio, ¿cuánto mide la sombra del hombre sobre el edificio cuando se encuentra a 9 m de este?

Resolución:

Hagamos un diagrama que represente la situación narrada.



Diagramas de flujo

Se emplean cuando una cantidad varía a lo largo de la historia o si tenemos la situación final de esta cantidad. También cuando se dan secuencias de pasos para encontrar objetos matemáticos, entre otras aplicaciones.

Ejemplo:

Un número se duplica, luego se le resta 8 y después se invierten las cifras de este número. Finalmente, se divide por 6 y se obtiene 8. ¿Cuál era el número?

Resolución:

Haremos un diagrama que indique las fases por las que pasó el número.



Diagramas conjuntistas

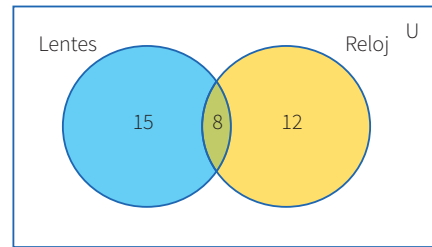
Se suele recurrir a estos cuando se trata de información acerca de dos o más grupos cuyos elementos pueden pertenecer a más de un conjunto. También cuando se deben realizar clasificaciones. Los más conocidos son los diagramas de Venn y los de Carroll.

Ejemplo:

De los 35 estudiantes de un aula, 23 usan lentes y 20, reloj. ¿Cuántos usan ambas cosas?

Resolución:

Grupo 1: Estudiantes que usan lentes.
Grupo 2: Estudiantes que usan reloj.



Diagramas cartesianos

Son de gran utilidad cuando se requiere representar funciones o si tenemos pares ordenados o relaciones entre dos variables.

Ejemplo:

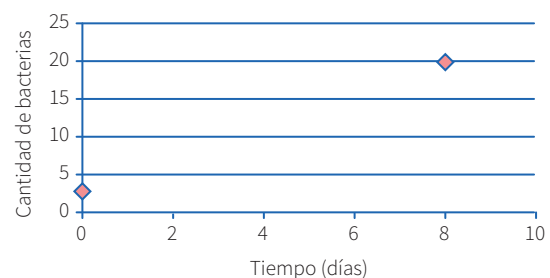
El crecimiento de un grupo de bacterias se da con el paso de los días de manera constante. Al inicio, había 3 bacterias, y después de 8 días llegan a 20. ¿Cuántos días transcurrirán desde el inicio para que la colonia tenga 400 bacterias?

Resolución:

Cantidad:

Organizaremos los datos en un gráfico cartesiano.

Pares ordenados: (0; 3) (8; 20)



Diagramas lineales

Se usan cuando se cuenta con información acerca de una característica de un solo grupo. Generalmente se emplean para ordenar los elementos del grupo con respecto a esa característica.

Ejemplo:

Si tanto Roberto como Alfredo están más alegres que Tomás, mientras que Alberto se encuentra menos alegre que Roberto, pero más alegre que Alfredo, ¿quién está menos alegre?

Resolución:

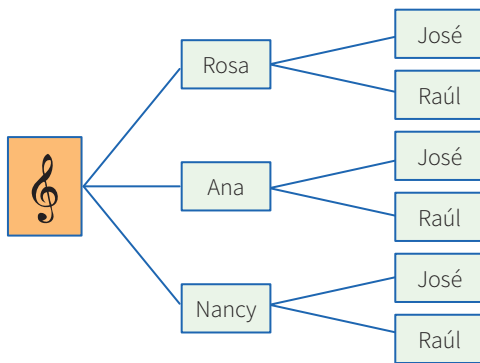
Tomás, Alfredo, Alberto, Roberto.



Diagrama de árbol

Se suelen utilizar en conteos de casos posibles o para hacer listas sistemáticas. Es la representación gráfica de los principios de adición y multiplicación.

Ejemplo: Un productor de cumbia quiere armar un dúo mixto (varón y mujer). Puede elegir entre 3 cantantes mujeres y 2 cantantes varones. ¿Cuántos dúos mixtos diferentes puede formar?



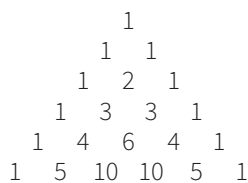
3. Otras estrategias

Busca patrones

En algunos problemas es necesario experimentar con varios casos con el fin de encontrar pautas o regularidades que después se podrán emplear para llegar a la solución.

Ejemplo:

El arreglo mostrado se conoce como el triángulo de Pascal.



Escribe las tres filas siguientes de este arreglo. Como observas, cada fila empieza por uno. ¿Qué número sigue al 1 en la fila 75?, ¿cuál es la suma

de los números que ocupan la fila número veinte?, ¿puedes encontrar un patrón en las diagonales del triángulo de Pascal?

Haz una lista sistemática

En los casos en que se requiere la enumeración de objetos matemáticos, es conveniente realizar un conteo o listado organizado, con el fin de no dejar de lado ninguna posibilidad. Esta estrategia es muy útil al buscar soluciones en una ecuación polinómica, para encontrar espacios muestrales o resolver problemas de permutaciones o combinaciones.

Ejemplo:

¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?

Pongamos una etiqueta a cada uno de los cuatro triángulos en que se ha dividido el triángulo mayor.

Resolución:

- Contemos ahora los triángulos identificándolos por el número de letras:
 - Triángulos con una letra: a-b-c-d
 - Triángulos con dos letras: ab-bc-cd
 - Triángulos con tres letras: abc-bcd
 - Triángulos con cuatro letras: abcd
- En total tenemos: $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ triángulos.

Generaliza

En algunos problemas puede ser muy útil simbolizar las expresiones o averiguar si lo que piden se refiere a un caso particular de alguna propiedad general; a esto se conoce como *la paradoja del inventor*. A veces, es conveniente investigar más de lo que piden.

Ejemplo:

Halla el valor de $(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2$.

Solución:

Se observa que elevar al cuadrado cada número y luego realizar la resta sería demasiado laborioso, así que se trata de ver en la estructura del problema alguna particularidad. Lo primero que se observa es que consiste en una diferencia de cuadrados, lo que nos hace recordar las fórmulas algebraicas pertinentes. Además, se aprecia que los números son consecutivos.

- Al generalizar el problema, se observa que se solicita:

$$(n + 1)^2 - n^2, \text{ cuando } n \text{ vale } 234\ 756\ 473$$

- Factorizando por diferencia de cuadrados, se tiene:

$$(n + 1 + n) (n + 1 - n) = (n + 1) + n$$

- Luego, podemos afirmar que, para cualquier n entero positivo, se cumple:

$$(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1) + n = 2n + 1$$

- Ahora el problema se ha simplificado bastante; para hallar la respuesta, solo basta duplicar el número dado y aumentarle 1.

Entonces:

$$(234\ 756\ 474)^2 - (234\ 756\ 473)^2 = 469\ 512\ 947$$

Particulariza

Conviene siempre utilizar casos particulares para familiarizarse con el problema; de este modo, es posible observar algún método que guíe hacia la solución de un problema genérico.

Ejemplo:

En una tienda de remates te ofrecen un descuento del 12 %, pero, al mismo tiempo, debes pagar el impuesto general a las ventas (18 %). ¿Qué preferirías que calculasen primero, el descuento o el impuesto?

Solución:

- Particularicemos para algunos casos: Si el artículo vale $S/100$ y elijo primero el descuento, termino pagando $S/106$. Pero si elijo pagar el impuesto antes, entonces termino pagando la misma cantidad.
- Podemos probar con otros precios y obtener un resultado análogo. Esta experimentación me da pie para inferir que es lo mismo elegir primero el descuento o el impuesto.
- Ahora deberé evaluar mi conjetura.

Razona lógicamente

El razonamiento lógico es muy importante al resolver problemas, pues gracias a él podemos engarzar los pasos y comprender las secuencias y cadenas de razonamientos que se producen en el desarrollo de su solución. Un ejemplo clásico es el siguiente acertijo.

Ejemplo:

José, Jaime, Tito y Rosa son guardias en un museo. Ellos hacen guardia cuatro días a la semana. Dos personas solamente hacen guardia cada día. Nadie hace tres días de guardia seguidos. ¿Cuál de los tres hombres no hace guardia con Rosa?

Solución:

- Veamos una lista parcial que muestra los días de la semana en los que cada uno hace guardia:

Dom.	Lun.	Mar.	Miér.	Juev.	Vier.	Sáb.
José	Tito	Rosa	José	Jaime	Tito	Rosa
Jaime						

Empieza por el final

La estrategia de utilizar el pensamiento regresivo se utiliza mayormente en problemas en los cuales tenemos información de una situación final; también para demostrar desigualdades. La

combinación de métodos progresivos y regresivos es una potente técnica para demostrar teoremas.

La utilización del razonamiento regresivo nos evitará tener que trabajar con ecuaciones complicadas.

Ejemplo:

El nivel del agua de un pozo desciende 3 centímetros por debajo de su mitad en cada hora, hasta quedar vacío luego de 4 horas. ¿Qué profundidad tenía el agua inicialmente?

Solución:

- “3 cm debajo de su mitad” se interpreta como $\div 2, -3$.
- Esto ocurre en cada hora y se repite 4 veces, ya que todo el suceso ocurre en 4 horas; de modo que al final el nivel es cero (0).
- Las operaciones directas serían así:
 $x \rightarrow (\div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3, \div 2, -3) \rightarrow 0$
- Ahora, operando al revés, obtenemos: $x = 90$

Plantea una ecuación

Una de las técnicas de modelación por excelencia a nivel elemental es el planteo de ecuaciones. Lo primordial para poderla aplicar con éxito es el entrenamiento que se tenga en la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico. Es conveniente ponerse de acuerdo en cuanto a convenciones generales de redacción para no crear ambigüedades.

Ejemplo:

Dos velas de la misma longitud se encienden al mismo tiempo. La primera se consume en 4 horas y la segunda, en 3. ¿Cuánto tiempo pasa, después de haberse encendido, hasta que la primera vela tenga el doble de longitud que la segunda?

Solución:

- La primera vela se consume en su cuarta parte cada hora.

- La segunda se consume en su tercera parte cada hora.

Tiene que verificarse; por tanto:

$L - (1/4)Lx = 2 [L - (1/3)Lx]$; simplificando:

$1 - (1/4)x = 2 - (2/3)x$; de donde $x = 2,4$ horas

- Es decir, pasan 2 horas 24 minutos.

Establece submetas

Muchas veces, para llegar a la solución de un problema, se deben resolver problemas más pequeños. Es como escalar una gran montaña: se sabe que se debe llegar a alturas menores para conquistar la cima. De igual manera, para resolver un problema original, se necesita de un problema auxiliar que sirva de medio.

Ejemplo:

Supongamos que la población actual del Perú es de 22 millones de habitantes y se sabe que la tasa de crecimiento es de un 5 % anual. ¿En cuánto tiempo se duplicará la población?



©Shutterstock

Solución:

- La primera meta es hallar una fórmula que modele el comportamiento de la población, y solo después de formada se igualará a 44 millones. Si bien aquí la incógnita es el tiempo, se busca en su lugar la relación entre el tiempo y el número de habitantes.

Utiliza el ensayo y error

Tantear es una estrategia muy útil cuando se hace de forma organizada y evaluando cada vez los ensayos que se realizan. En realidad, algunos métodos específicos de solución, como el de regulación o el de aproximaciones sucesivas, se basan en el uso sistemático de numerosos ensayos y sus respectivas correcciones. La idea es que cada rectificación conduzca a un ensayo que se acerque más a la respuesta.

Ejemplo:

Un libro se abre al azar. El producto de las dos páginas observadas en ese momento es 3192. ¿Cuál es el número de las páginas en las que se abrió el libro?



©Shutterstock

Solución:

- Primero se observa que $50 \times 50 = 2500$, número que no llega; y que $60 \times 60 = 3600$, el cual se pasa. Con esto observamos que los números están en el rango entre 50 y 60.
- 55×56 no puede ser, pues el producto termina en 0. Se quiere que termine en 2 y que los números sean consecutivos.
- Al probar $53 \times 54 = 2862$, el resultado no corresponde.
- Pero, al hacer la prueba con $56 \times 57 = 3192$, se observa que cumple con el resultado que plantea el problema.
- Entonces, las páginas que se observaron fueron la 56 y la 57.

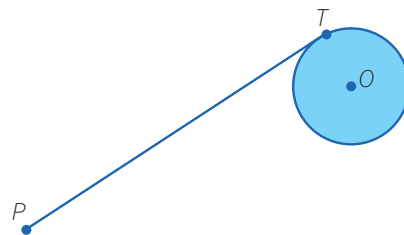
Supón el problema resuelto

Ejemplo:

Usando solo regla y compás construye una tangente a una circunferencia dada, desde un punto exterior a ella.

Solución:

Para resolver este problema, se supone que se debe hallar la tangente a una circunferencia, trazada desde un punto exterior a ella.



- El punto T es de tangencia. Entonces, ¿qué relación existe entre la tangente y algún elemento de la circunferencia? ¿Hay algún teorema que los relacione?
- Existe un teorema que nos dice que el radio es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
- Por tanto, si unimos O con T , tendremos que OT es perpendicular a PT .
- Además, como tenemos tres puntos involucrados, P , T y O , es posible hacer un triángulo uniendo el punto P con el punto O . Se observa que el triángulo es rectángulo.

Ficha 1



Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos las características de una muestra de la población con variables cualitativas o cuantitativas y deducimos el comportamiento de los datos de una muestra mediante las medidas de tendencia central; además, leemos tablas, así como diversos textos que contengan valores sobre las medidas estadísticas para deducir, interpretar y producir nueva información.

El restaurante de Ana

Ana pudo abrir su restaurante con mucho esfuerzo. Ella, con el objetivo de tener más clientes, decidió hacer un estudio aplicando una encuesta para saber qué edad tienen sus comensales y cuáles son sus platos favoritos.



©Denise Santos

El primer día, registró los siguientes datos de las primeras 20 personas:

Comida	f_i
Tallarines	6
Arroz con pollo	7
Cebiche	3
Pescado frito	4
TOTAL	20

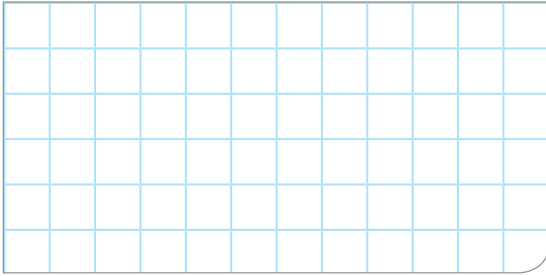
Edad	f_i
De 18 a menos de 24	6
De 24 a menos de 30	4
De 30 a menos de 36	2
De 36 a menos de 42	3
De 42 a 48	5
TOTAL	20

A partir de lo informado:

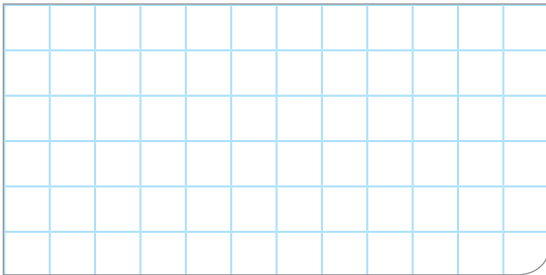
1. ¿Qué medida de tendencia central es la más representativa para la variable "comida" y cuál es dicho valor?
2. ¿Cuál es la edad promedio de los comensales encuestados? Interpreta el resultado.

Comprendemos el problema

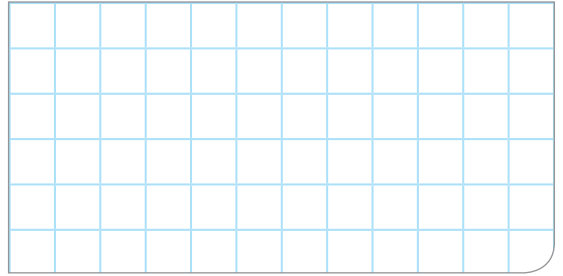
1. ¿Cuál fue el propósito de Ana al realizar este estudio?



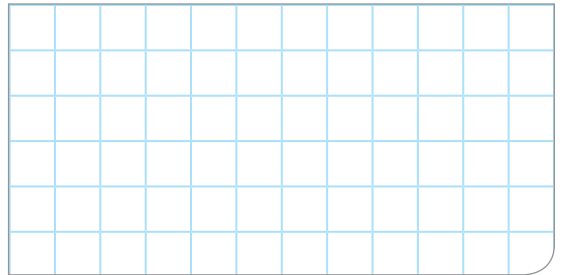
2. ¿Qué variables estadísticas ha considerado Ana en su estudio? ¿De qué tipo son esas variables?



3. ¿Cómo se está presentando la información de las edades?

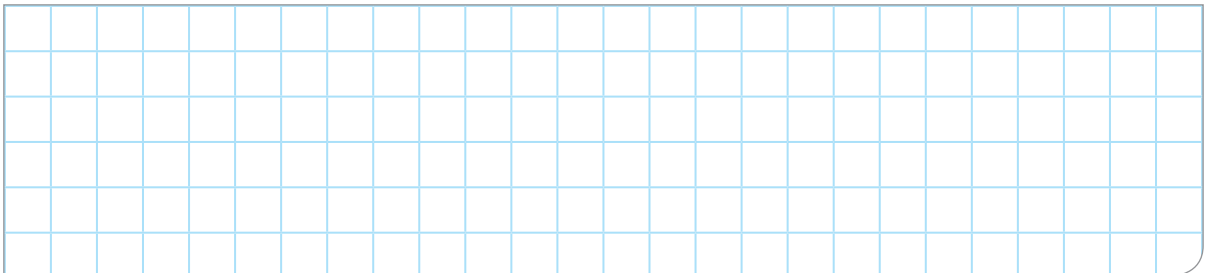


4. ¿Qué nos piden hallar las preguntas de la situación significativa?



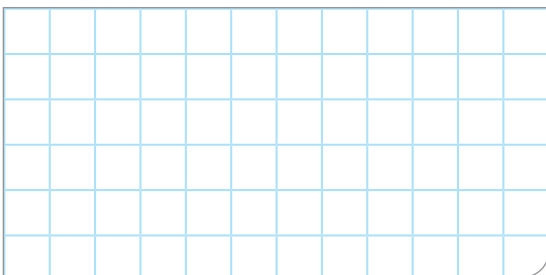
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

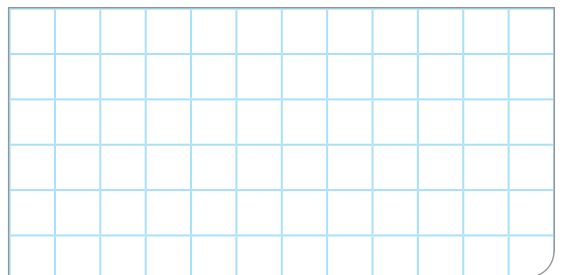


Ejecutamos la estrategia o plan

1. ¿Qué plato de comida es el que más prefieren los comensales del restaurante de Ana?



2. Considerando la respuesta de la pregunta anterior, responde la primera pregunta de la situación significativa.





Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Recopilamos datos de variables cualitativas y cuantitativas, luego empleamos procedimientos y los organizamos en tablas para analizarlos y producir información. Además, planteamos conclusiones sobre una población y las justificamos. También reconocemos errores en las justificaciones y los corregimos.

Situación significativa A

Estudiantes del 2.º grado realizaron una encuesta a un grupo de 50 personas sobre la cantidad de minutos que utilizan el celular durante una semana para comunicarse con sus familiares directos. Los resultados fueron los siguientes.

78	84	83	76	83	84	83	79	78	67
72	75	82	67	62	63	73	77	83	83
77	75	71	76	75	87	84	84	83	63
80	80	70	89	64	61	67	72	66	87
72	74	72	85	82	77	77	83	68	83

Organiza los datos en una tabla de frecuencias, luego responde:

- ¿Cuántas personas encuestadas se comunican más de 77 minutos?
- ¿Qué porcentaje de personas encuestadas se comunican menos de 73 minutos?
- ¿Cuál es el tiempo promedio del uso del celular en los 5 primeros intervalos de clase? Justifica tu respuesta.

Resolución

Organizando los datos en la tabla:

- Determinamos el rango R:
 $R = \text{dato mayor} - \text{dato menor}$
 $R = 89 - 61 = 28$
- Calculamos el número de intervalos (I) aplicando la regla de Sturges:
 $I = 1 + 3,3 \log n$ (donde n es el número de datos)
 $I = 1 + 3,3 \cdot \log 50 = 1 + 3,3 (1,7) = 1 + 5,61 = 6,61 \approx 7$
- Hallamos la amplitud del intervalo A:
 $A = \frac{R}{I} = \frac{28}{7} = 4$

Considera para el primer intervalo $[L_i; L_{i+1}[$

donde:

L_i : límite inferior del intervalo de la clase

L_{i+1} : límite superior del intervalo de la clase

- Para el intervalo de la primera clase:
 $L_1 = 61$
 $L_2 = A + L_1 = 4 + 61 = 65$
- Para el intervalo de la segunda clase:
 $L_2 = 65$
 $L_3 = A + L_2 = 65 + 4 = 69$

Luego, la tabla de frecuencias será:

Tiempo (min) [L _i ; L _s [X _i	f _i	F _i	h _i	h _i %
[61; 65[63	5	5	0,10	10
[65; 69[67	5	10	0,10	10
[69; 73[71	6	16	0,12	12
[73; 77[75	7	23	0,14	14
[77; 81[79	9	32	0,18	18
[81; 85[83	14	46	0,28	28
[85; 89]	87	4	50	0,08	8
Total		50		1	100

- Se comunican más de 77 minutos: $9 + 14 + 4 = 27$ personas.
- El porcentaje de personas encuestadas que se comunican menos de 73 minutos es:
 $10\% + 10\% + 12\% = 32\%$.
- Para conocer el tiempo promedio del uso del celular en los 5 primeros intervalos, es decir, entre quienes se comunican de 61 a 81 minutos, recurrimos a las medidas de tendencia central; en este caso, calculamos el promedio de esos intervalos:

$$\bar{x} = \frac{63 \times 5 + 67 \times 5 + 71 \times 6 + 75 \times 7 + 79 \times 9}{5 + 5 + 6 + 7 + 9} = \frac{2312}{32} = 72,25 \text{ minutos.}$$

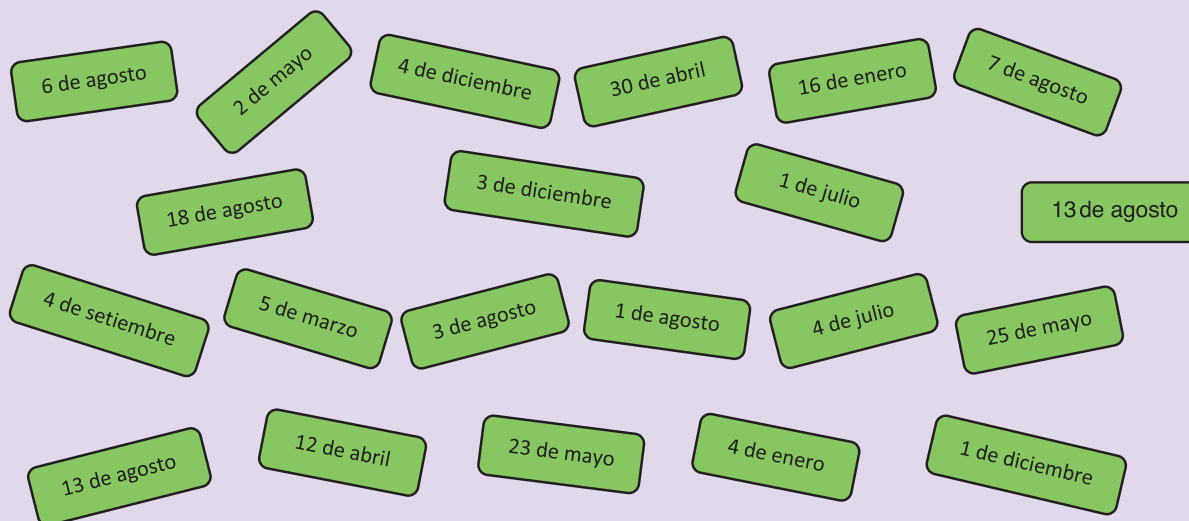
- Utiliza un organizador gráfico para describir el procedimiento realizado en la resolución.

- En el procedimiento b se hizo el siguiente cálculo: $10\% + 10\% + 12\% = 32\%$. ¿Qué representan estos valores?

- ¿Por qué calculamos el promedio de los datos que se presentan en la situación significativa?

Situación significativa B

El profesor Julio registró en tarjetas las fechas de los cumpleaños de sus estudiantes para saludarlos durante el año. Los datos obtenidos son los siguientes:



- ¿En el segundo semestre del año, se celebran más del 50 % de cumpleaños? Justifica tu respuesta.
- ¿Hasta qué mes se celebran por lo menos el 23 % de los cumpleaños?

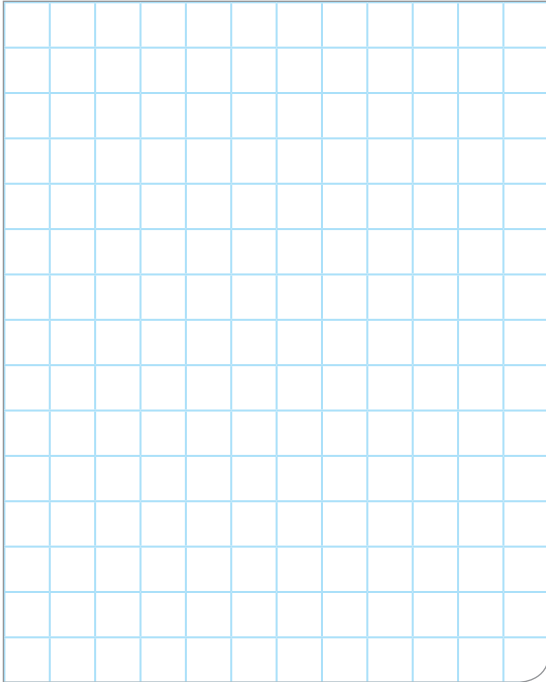
Resolución

Organizamos los datos en una tabla de frecuencias:

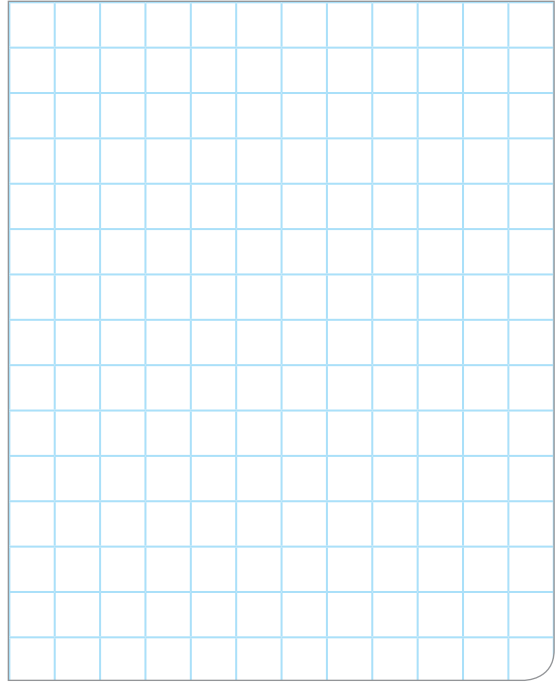
Mes de cumpleaños	f_i	h_i
Enero	2	0,095
Marzo	1	0,048
Abril	2	0,095
Mayo	3	0,143
Julio	2	0,095
Agosto	7	0,333
Setiembre	1	0,048
Diciembre	3	0,143
Total	21	1

- Durante el segundo semestre del año, de julio a diciembre, se celebran: $2 + 7 + 1 + 3 = 13$ cumpleaños de 21; por lo tanto, en ese periodo sí se celebran más del 50 % de cumpleaños.
- El 23 % de cumpleaños se celebran por lo menos hasta el mes de abril, porque lo celebran en enero el 9,5 % de estudiantes, en marzo el 4,8 % y en abril el 9,5 %, sumando: $9,5 \% + 4,8 \% + 9,5 \% = 23,8 \%$

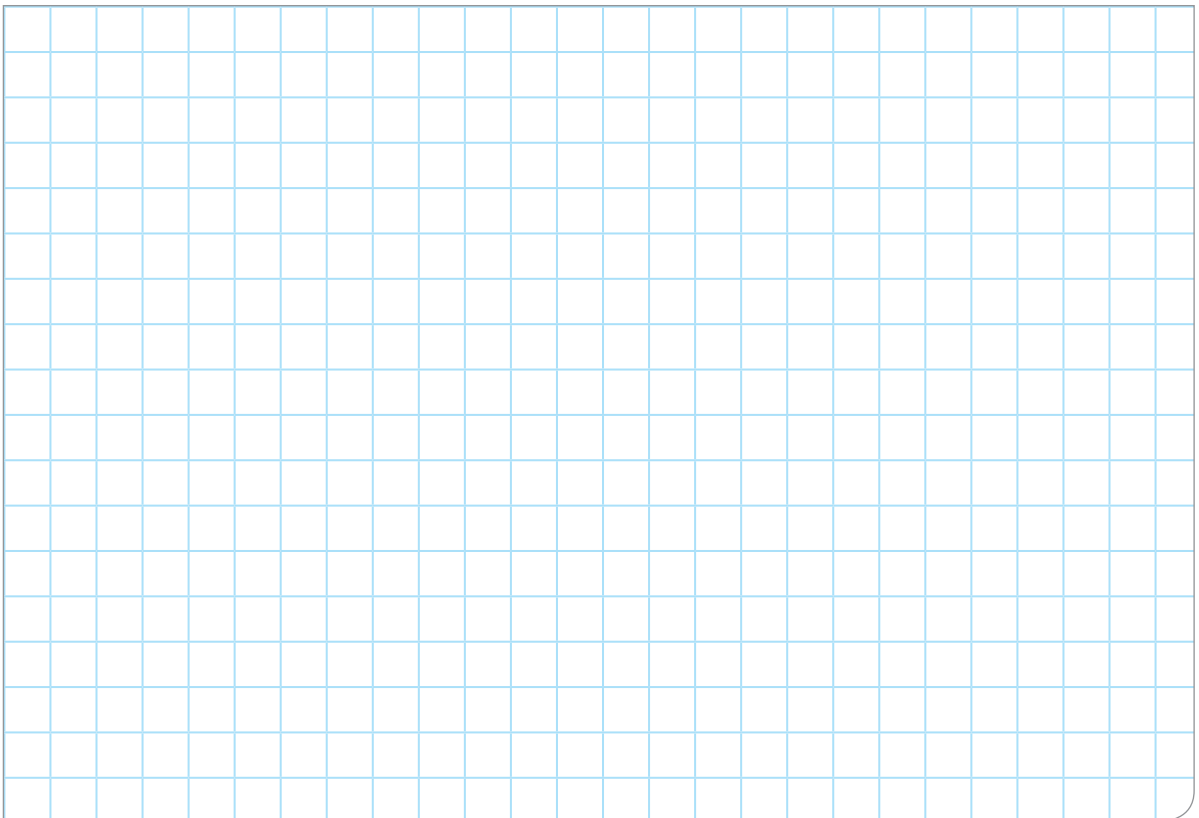
1. Utiliza un organizador gráfico para describir el procedimiento realizado en la resolución.



2. ¿Cómo se determinaron los valores porcentuales para el punto b de la resolución?



3. ¿Qué significa el primer valor de la frecuencia relativa (0,095)? Explica.



Situación significativa C

Los siguientes datos corresponden a las estaturas (en centímetros) de turistas extranjeros que visitaron el Perú:

163	144	190	158	138	180	164	193	195	159
178	196	189	152	174	168	170	167	146	198
147	174	190	165	134	175	168	172	165	180
194	199	136	169	169	151	198	184	202	176
196	178	154	180	153	174	170	166	183	152

Si se quiere tratar la información como datos agrupados, ¿de qué manera se pueden formar los grupos o intervalos?

Aprendemos a partir del error

Resolución

Como estrategia usaremos fórmulas:

- Iniciamos calculando el rango de los datos:

$$R = 202 - 138 = 64$$

- Calculamos la cantidad de intervalos:

$$I = 1 + 3,2 \log 100 = 1 + 3,2 \times 2 = 1 + 6,4$$

- Ahora hallamos la amplitud de cada intervalo:

$$A = \frac{64}{7} \approx 9,1 \approx 9$$

Respuesta: Los intervalos son:

[138; 147[[165; 174[[192; 201]

[147; 156[[174; 183[

[156; 165[[83; 192[

1. ¿El procedimiento realizado para la resolución de la situación significativa es correcto? Explica.

2. Identifica en qué parte de la resolución se cometió el error. Luego, realiza la corrección que creas pertinente.

3. Describe el procedimiento que se realizó para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.



Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos las características de una muestra de la población con variables cualitativas o cuantitativas y deducimos el comportamiento de los datos de una muestra mediante las medidas de tendencia central. Además, leemos tablas, así como diversos textos que contengan valores sobre las medidas estadísticas para deducir, interpretar y producir nueva información. Asimismo, recopilamos datos de variables cualitativas y cuantitativas, luego empleamos procedimientos y los organizamos en tablas para analizarlos y producir información; además, planteamos conclusiones sobre una población y las justificamos, también reconocemos errores en las justificaciones y los corregimos.

Temperatura en Lima

Las temperaturas registradas en la ciudad de Lima durante el mes de noviembre fueron:

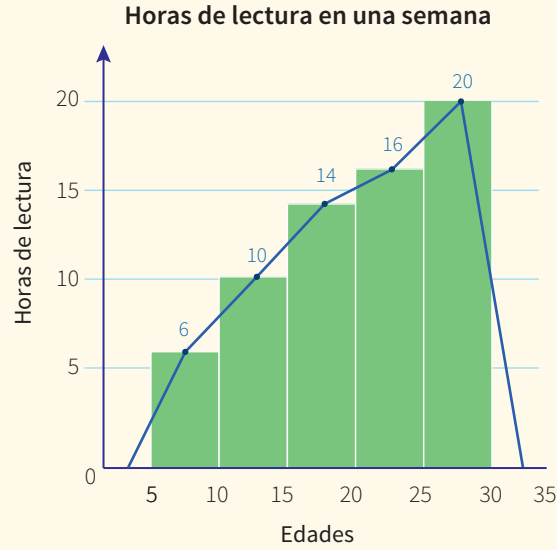
22 °C, 22 °C, 23 °C, 23 °C, 22 °C, 23 °C, 22 °C, 21 °C, 23 °C, 24 °C, 21 °C, 23 °C, 22 °C, 21 °C, 22 °C, 22 °C, 23 °C, 23 °C, 23 °C, 22 °C, 23 °C, 21 °C, 23 °C, 24 °C, 24 °C, 24 °C, 22 °C, 24 °C, 24 °C, 22 °C.

Con esta información, responde las preguntas 1; 2; 3 y 4.

- 1.** ¿Cuáles de los siguientes gráficos estadísticos no son recomendables para presentar esta información? Argumenta tu respuesta.
- a) Histograma
 - b) Pictograma
 - c) Diagrama de barras
 - d) Diagrama circular

Horas de lectura

Se presenta el siguiente polígono de frecuencias que representa el tiempo en horas que las personas de 5 a 35 años dedican a la lectura.



Con esta información, responde las preguntas 5; 6 y 7.

5. ¿Qué variables estadísticas identificas en la gráfica? Explica brevemente las características de dichas variables.
- a) Edades y lectura
 - b) Tiempo y semanas
 - c) Edades y horas de lectura
 - d) Libros leídos

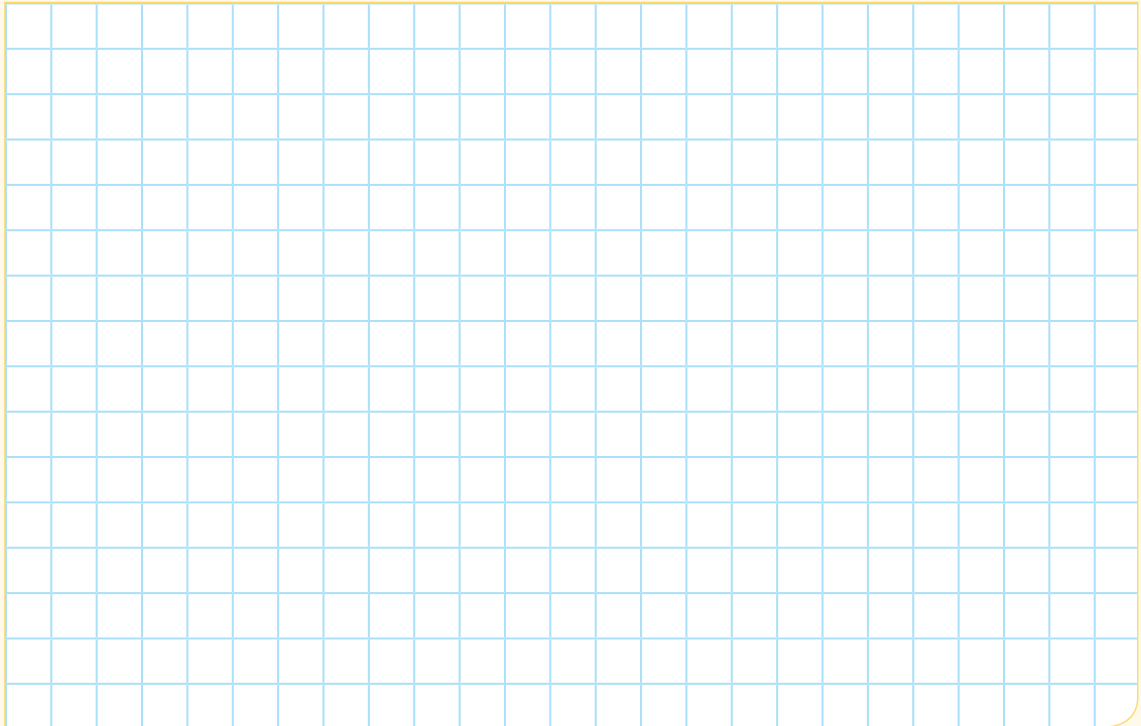
6. Según la información del gráfico, ¿cuánto tiempo más dedicaría diariamente a la lectura una joven de 26 años que su sobrino de 8 años?

a) 3 horas

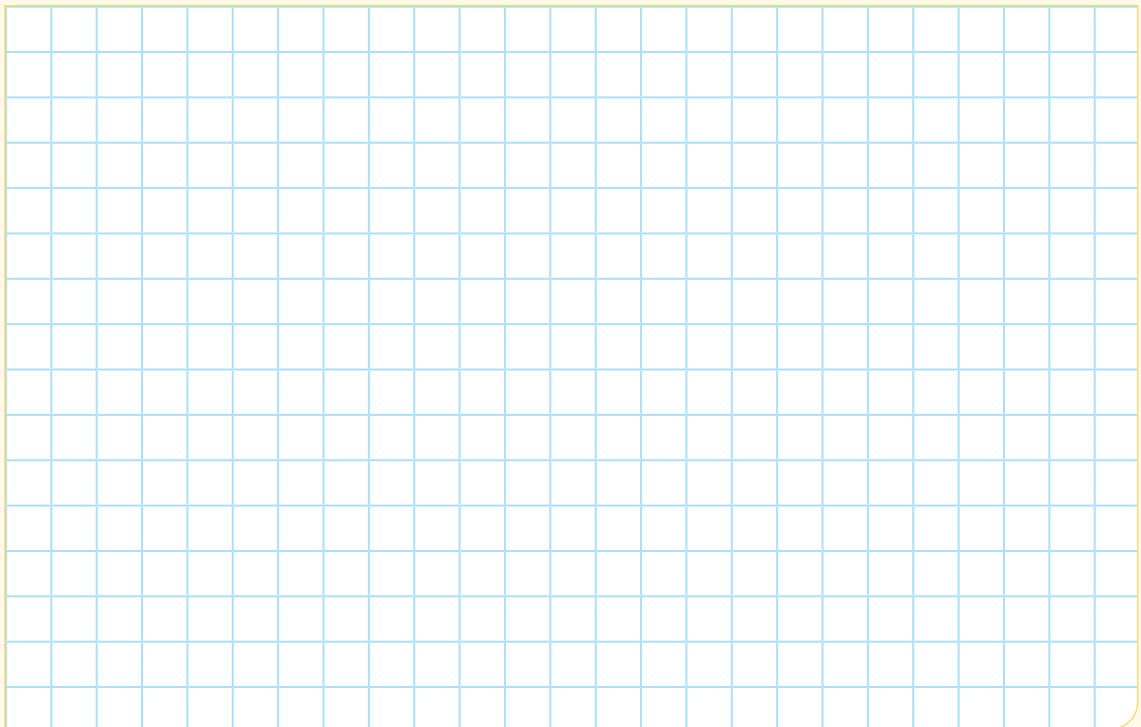
b) 14 horas

c) 2 horas

d) 5 horas



7. ¿Para qué tipo de datos recomiendas el uso de los polígonos de frecuencias? Argumenta tu respuesta.





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos o variación entre magnitudes, y transformamos esas relaciones en expresiones algebraicas o gráficas que incluyen funciones cuadráticas. Además, con lenguaje algebraico y diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, expresamos nuestra comprensión sobre el comportamiento gráfico de una función cuadrática, para interpretar su solución estableciendo conexiones entre dichas representaciones.

El recorrido de una esfera

Manuel es un estudiante muy observador. Él ha realizado el experimento de dejar caer una esfera desde una determinada altura, lo que constituye un movimiento vertical de caída libre.

En este tipo de movimiento vertical, la velocidad inicial es cero y, conforme va transcurriendo el tiempo de la caída libre (en segundos), la velocidad aumenta a razón de $9,8 \text{ m/s}$. El cuerpo está afectado por la aceleración de la gravedad, que es $9,8 \text{ m/s}^2$ en el planeta Tierra.

Con ayuda de un cronómetro (para medir el tiempo en segundos) y una *wincha* (cinta métrica para medir la altura en metros), Manuel mide la altura desde la cual deja caer la esfera. La altura está relacionada con el tiempo que le toma a la esfera llegar hasta el suelo.



© Denise Santos

Para el experimento de dejar caer libremente una esfera desde una determinada altura, Manuel halló los siguientes resultados:

Tiempo (s)	0	1	2	3	...
Altura (m)	0	5,0	19,8	44,0	...

A partir de ello:

1. ¿Cuál sería la expresión matemática que permite modelar la caída de la esfera?
2. Representa la caída de la esfera con una gráfica en el plano cartesiano.

Comprendemos el problema

1. Describe el movimiento vertical de caída libre mediante un dibujo.

2. ¿Qué datos se consideran en el experimento de Manuel?

3. ¿Qué nos piden hallar en la situación significativa?

4. ¿Cuáles son los datos que se relacionan para modelar la caída de la esfera?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. La caída libre es un caso particular del MRUV y es cuando el cuerpo se deja caer libremente a la superficie de la tierra con velocidad inicial cero. Entonces, ¿qué estrategia se puede aplicar para encontrar la función que modele el recorrido de la esfera?

- a) Utiliza el ensayo y error.
- b) Empieza por el final.
- c) Usar una fórmula.
- d) Resolver un problema más simple.

2. ¿Qué tipo de gráfico emplearías para representar la caída de la esfera?

- a) Diagrama de Venn
- b) Diagrama de árbol
- c) Diagrama cartesiano
- d) Diagrama lineal

Ejecutamos la estrategia o plan

1. ¿Cuál de las siguientes fórmulas del MRUV (caída libre) te permitirá modelar la caída de la esfera? Justifica tu respuesta. Toma en cuenta que h es la altura desde la cual cae, t es el tiempo hasta llegar al suelo, V_o y V_f son las velocidades al inicio y final de la caída y g es la aceleración de la gravedad.

a) $V_f = V_o + ht$

b) $h = V_o t + \frac{gt^2}{2}$

c) $V_f^2 = V_o^2 + 2hg$

2. Si hallas algunos valores con la fórmula de caída libre, ¿los resultados obtenidos serán los mismos que Manuel presentó en la tabla? Argumenta tu respuesta.

3. Escribe la expresión matemática que permite hallar la altura desde la cual cae la esfera. Recuerda que $V_0 = 0$ y $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

4. Calcula algunas alturas empleando la expresión de la función hallada, luego organiza los resultados en una tabla como la que usó Manuel.

5. Grafica en el diagrama cartesiano los resultados para la caída de la esfera, relacionando el tiempo y la altura desde la cual se deja caer la esfera.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe el procedimiento realizado en *Ejecutamos la estrategia o plan*.

2. ¿Por qué la gráfica de la función solo muestra valores positivos?

3. Describe otras situaciones de la vida cotidiana que se puedan modelar con una función cuadrática y cuya gráfica resulte una parábola.



Comprobamos nuestros aprendizajes

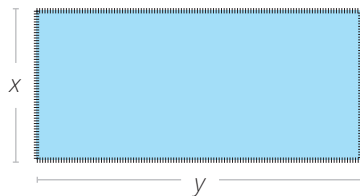
Propósito: Seleccionamos y empleamos estrategias heurísticas, métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos para determinar términos desconocidos en funciones cuadráticas. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre el cambio que produce el signo del coeficiente cuadrático de una función cuadrática en su gráfica, las relaciones entre coeficientes y variación en la gráfica y otras relaciones que descubrimos. También justificamos y comprobamos la validez de nuestras afirmaciones mediante ejemplos o propiedades matemáticas.

Situación significativa A

Jorge decidió cercar una parte de su terreno, para lo cual compró en oferta 300 m de malla. El deseo de Jorge es cercar el máximo terreno rectangular posible. ¿Cuáles serían las dimensiones del terreno cercado y qué área tendría?

Resolución

Representamos mediante un rectángulo el terreno, para plantear una ecuación relacionando los lados del terreno y, así, hallar el perímetro y el área:



Ancho del terreno: x

Largo del terreno: y

Como se conoce el perímetro, se tiene:

$$2x + 2y = 300$$

$$x + y = 150 \rightarrow y = 150 - x$$

Calculamos el área: $A = x \cdot y$

Reemplazamos "y": $A = x(150 - x)$

$$A = -x^2 + 150x$$

Obtenemos una función cuadrática donde el coeficiente del término cuadrático es negativo. Entonces, la gráfica de esta función será una parábola que se abre hacia abajo.

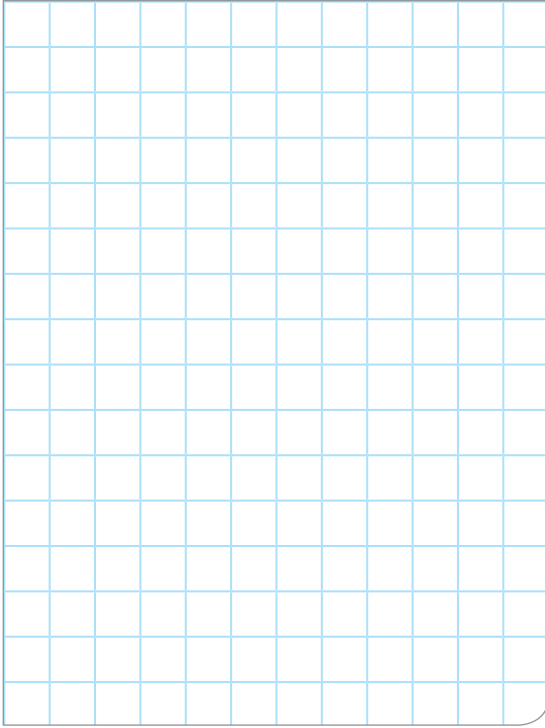
Se pide hallar el área máxima. Entonces, como estrategia utilizaremos la fórmula para hallar el vértice, ya que este punto será el valor máximo de la función; además, de $A = -x^2 + 150x$, obtenemos $a = -1$, $b = 150$ y $c = 0$.

$$\text{Reemplazamos y resolvemos: } V = \left(\frac{-b}{2a}; \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right) = \left(\frac{-150}{2 \cdot (-1)}; \frac{-150^2 + 4 \cdot (-1) \cdot 0}{4 \cdot (-1)} \right) = (75; 5625)$$

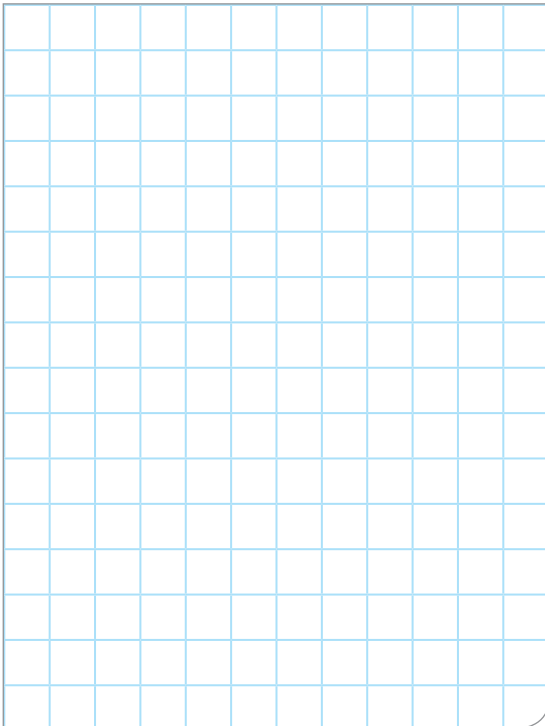
Por tanto, el ancho deberá medir 75 m y el área, 5625 m².

Respuesta: Para que Jorge pueda cercar la máxima parte de su terreno con 300 m de malla, deberá considerar un cuadrado de lado de 75 m que tendría un área de 5625 m².

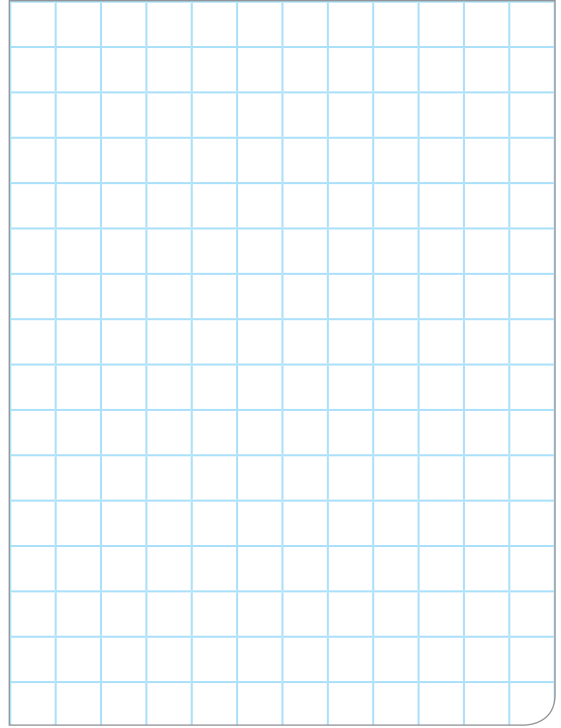
1. Describe el procedimiento utilizado para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.



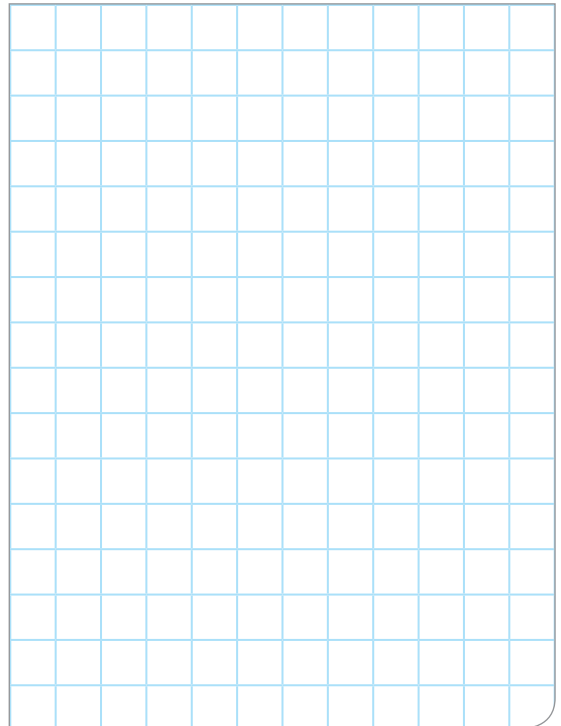
2. ¿Por qué el vértice se considera como punto o valor máximo? ¿En qué situación el vértice sería el punto o valor mínimo?



3. Escribe las diferencias entre área y perímetro de una figura geométrica.



4. ¿A qué corresponden los valores a, b y c en la fórmula del vértice? $V = \left(\frac{-b}{2a}; \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right)$



Situación significativa B

Un vendedor de frutas tiene 100 kg de naranja para la venta a S/2 por kilogramo; además, cada día que pasa se estropea 1 kg. Cuando baja la oferta de la fruta, el precio se incrementa en S/0,10 por kilogramo. Entonces, la función que representa el ingreso por la venta de todas las naranjas en relación con el número de días que transcurren está dada por el producto de la cantidad por el precio:

$$F(x) = (100 - x)(2 + 0,1x)$$

Donde: "x" representa los días. ¿En cuántos días debe vender las naranjas para obtener el máximo ingreso?
¿Cuánto es el máximo ingreso que obtiene?

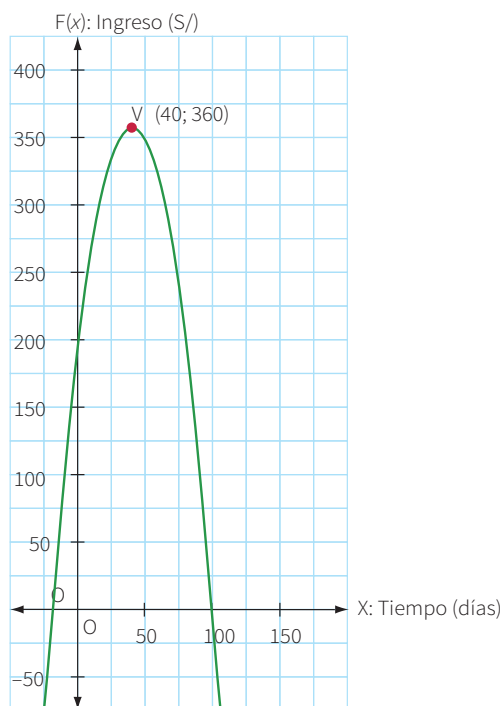
Resolución

Tabulamos y organizamos en una tabla los resultados obtenidos con la función *ingreso*:

$$F(x) = (100 - x)(2 + 0,1x)$$

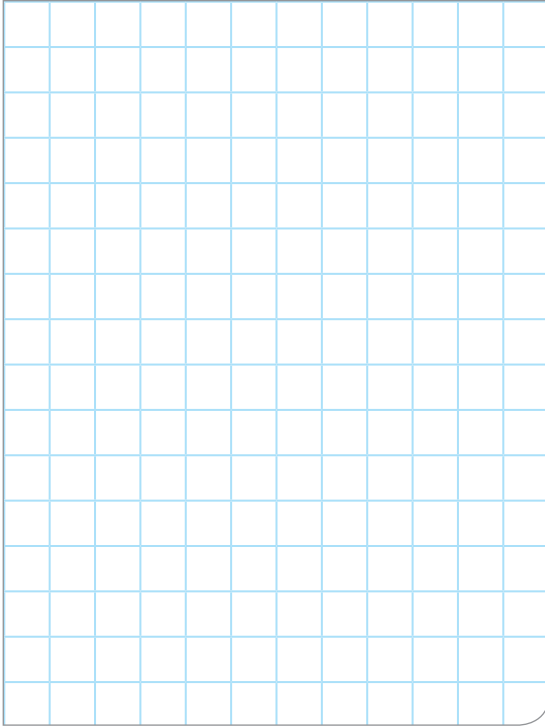
Tiempo (días)	0	20	40	60	80	100
Ingreso (S/)	200	320	360	320	200	0

Es posible obtener las coordenadas del vértice utilizando el software GeoGebra, por lo que esta situación también puede resolverse con las TIC. El vértice representa el punto máximo de la función, ya que la parábola se abre hacia abajo:

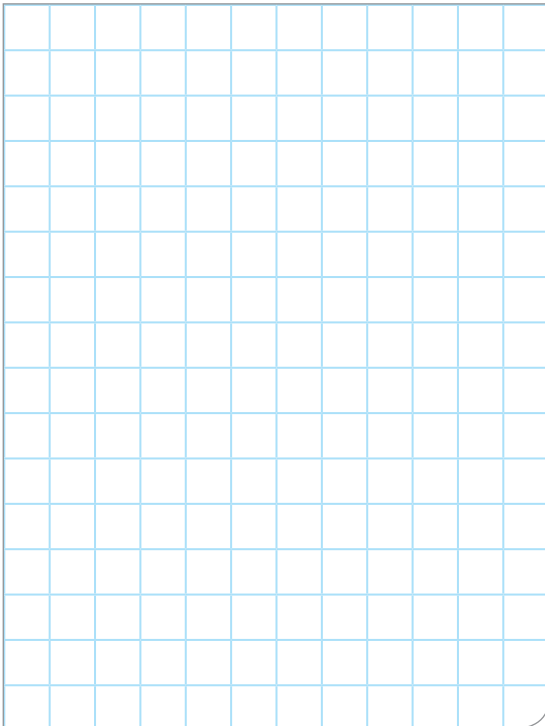


Respuesta: Las naranjas se deben vender en 40 días para obtener el máximo ingreso, que será S/360.

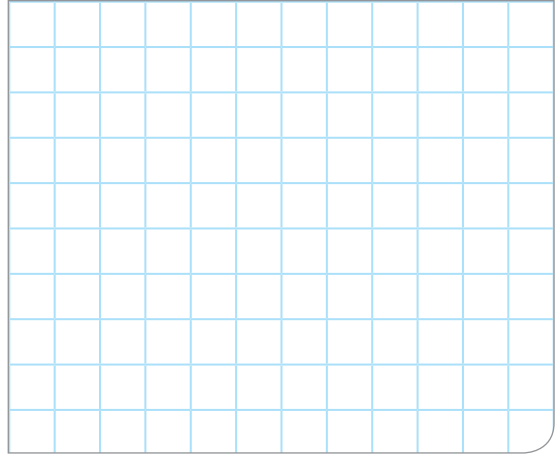
1. ¿Qué estrategias se emplearon en el desarrollo?



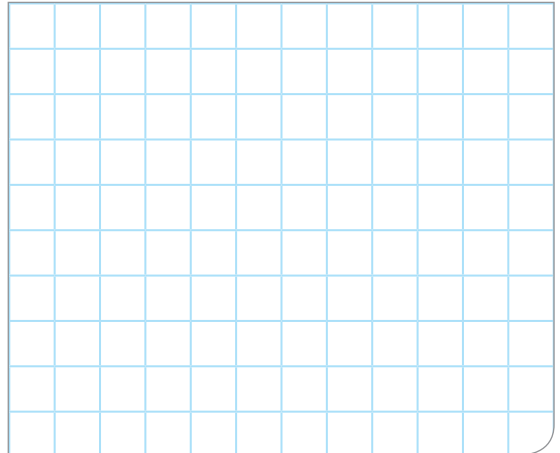
2. ¿De qué otra manera se puede expresar la función $F(x) = (100 - x)(2 + 0,1x)$?



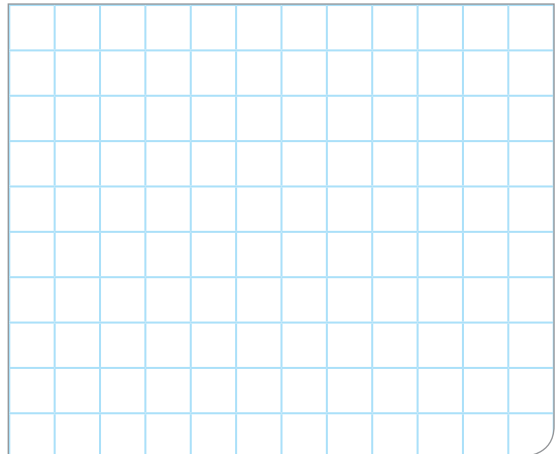
3. ¿Qué sucede con el ingreso si la venta se realiza en 20 días?



4. ¿Qué sucede con el ingreso si la venta excede los 40 días?



5. ¿Qué partes de la gráfica obtenida no corresponden a la resolución de la situación significativa? Argumenta tu respuesta.



Situación significativa C

El pueblo Zeta fue invadido por una plaga de mosquitos. Los enfermeros del centro de salud recibieron la medicina para la cura, con la indicación de administrar a los niños la dosis mínima de la expresión $R(x) = x^2 - 50x + 2500$, donde “ x ” es la dosis en miligramos. Calcula la dosis mínima de la medicina que los enfermeros deben administrar a los niños para curarlos de la picadura de los mosquitos.

Aprendemos a partir del error

Resolución

Por las características de la función cuadrática:

$$R(x) = x^2 - 50x + 2500$$

Se puede deducir que su gráfica será una parábola que se abre hacia arriba ($a = 1$, entonces $a > 0$). Por tanto, su vértice representará los valores mínimos de la función.

Calculamos utilizando la fórmula para hallar el vértice:

$$V = \left(\frac{-b}{2a}; \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right) = \left(\frac{-(50)}{2 \cdot (1)}; \frac{-50^2 + 4 \cdot (1) \cdot 2500}{4 \cdot (1)} \right) = (-25; 1875)$$

Respuesta: Recordemos que “ x es la dosis en miligramos”. Por lo tanto, el valor mínimo es de -25 mg, dosis que los enfermeros deberán administrar a los niños para curarlos.

1. ¿Puede el valor de la dosis ser un número negativo?
¿A qué crees que se debió ese resultado?

2. Realiza la corrección y responde: ¿qué valores tendrían las coordenadas del vértice?



Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos o variación entre magnitudes, y transformamos esas relaciones en expresiones algebraicas o gráficas que incluyen funciones cuadráticas; además, expresamos con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, así como lenguaje algebraico, nuestra comprensión sobre el comportamiento gráfico de una función cuadrática, para interpretar su solución estableciendo conexiones entre dichas representaciones. Seleccionamos y empleamos estrategias heurísticas, métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos para determinar términos desconocidos en funciones cuadráticas. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre el cambio que produce el signo del coeficiente cuadrático de una función cuadrática en su gráfica, las relaciones entre coeficientes y variación en la gráfica y otras relaciones que descubrimos. También justificamos y comprobamos la validez de nuestras afirmaciones mediante ejemplos o propiedades matemáticas.

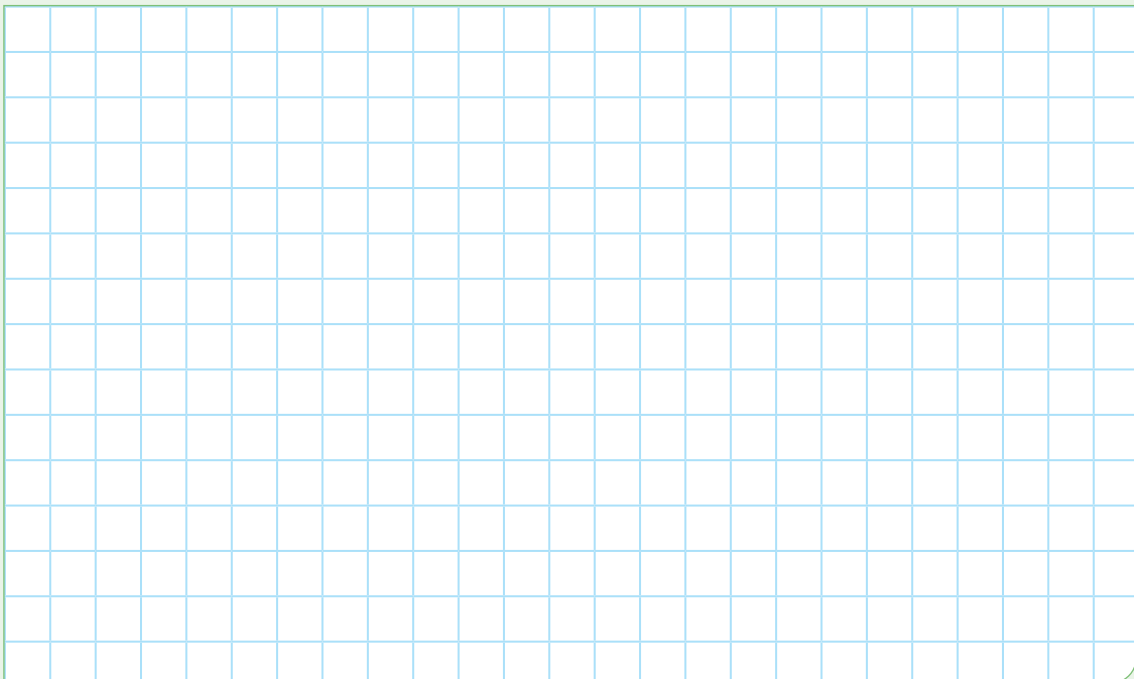
1. A Rubén le gusta jugar tiro al blanco y quiere saber cómo podría calcular el área de cada círculo del tablero. Su profesor le dice: “El área de un círculo es directamente proporcional al cuadrado del radio de la circunferencia y el valor de pi (π) sería la constante”. A partir de esta información, ¿cuál es la representación matemática de la función *área del círculo* $A(c)$ que Rubén debe emplear para encontrar el área de cada círculo?

a) $A(r) = \pi r^2$

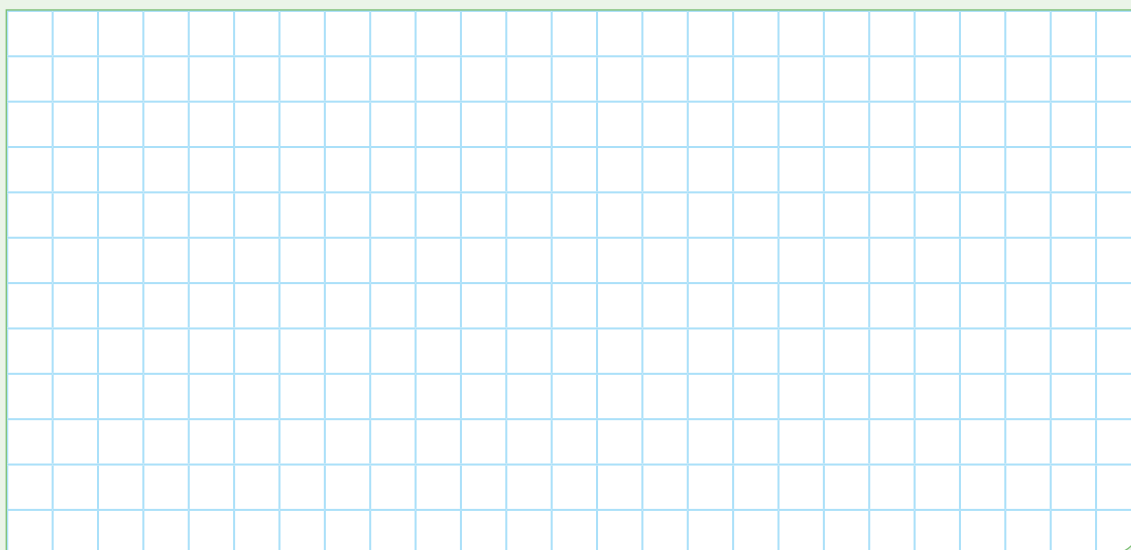
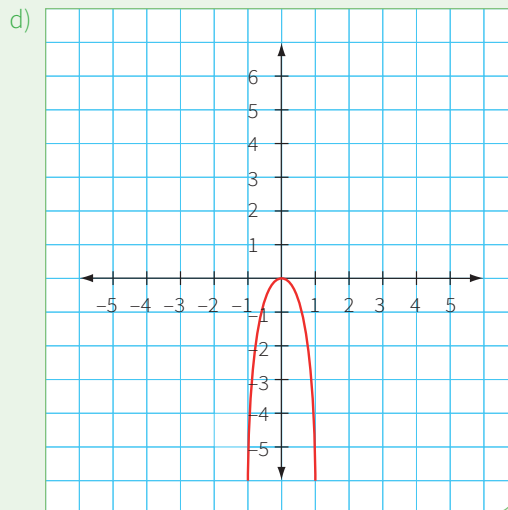
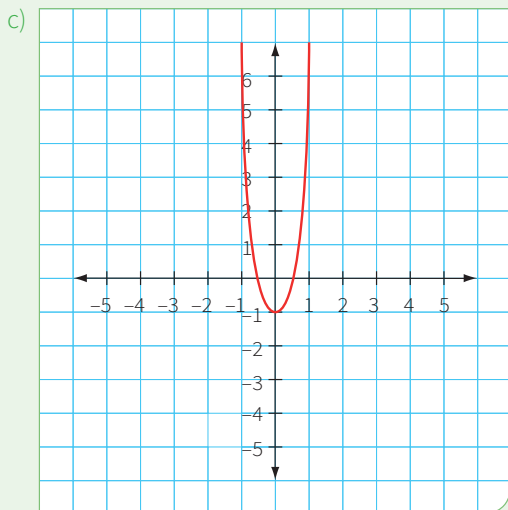
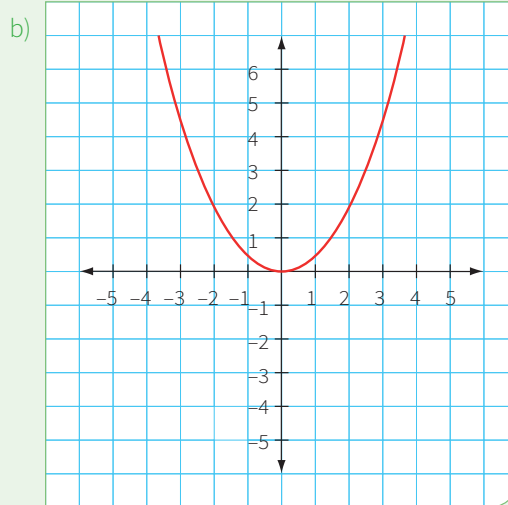
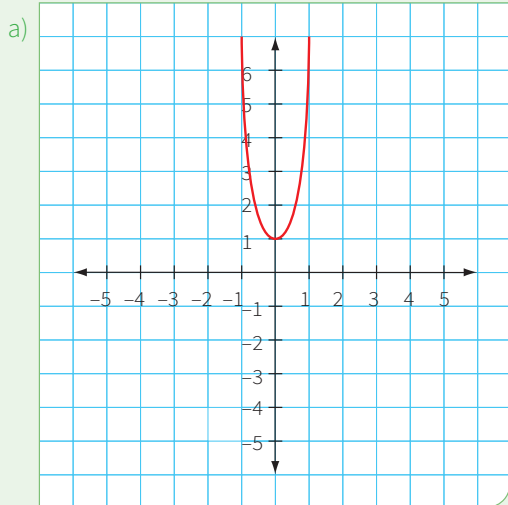
b) $A(r) = \pi r^3$

c) $A(x) = 2\pi$

d) $A(x) = \pi r^3$



2. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la función cuadrática: $g(x) = \frac{1}{2}x^2$?



3. Identifica la tabla o tablas de valores que pueden ser funciones cuadráticas. Justifica tu respuesta.

a)

x	0	1	2	3	4
$f_1(x)$	3	2	5	12	23

b)

x	0	1	2	3	4
$f_2(x)$	1	-3	-7	-11	-15

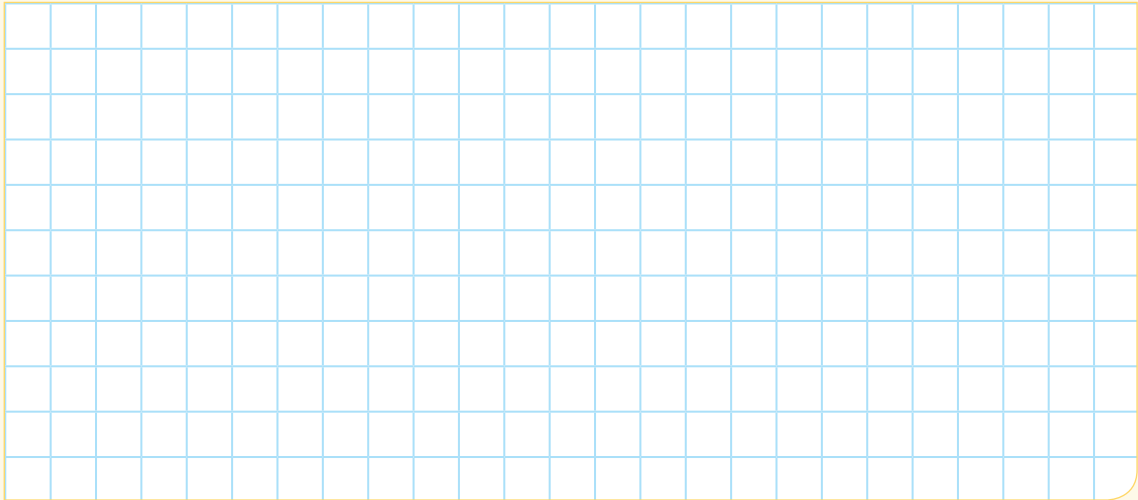
c)

x	0	1	2	3	4
$f_3(x)$	5	4	5	-4	-11

4. Dada la siguiente función: $f(x) = (ax + m)^2$, donde "a" es un número real mayor que $\frac{7}{3}$ pero menor que 100,34 ¿hacia dónde sería la orientación de la parábola?, ¿por qué?

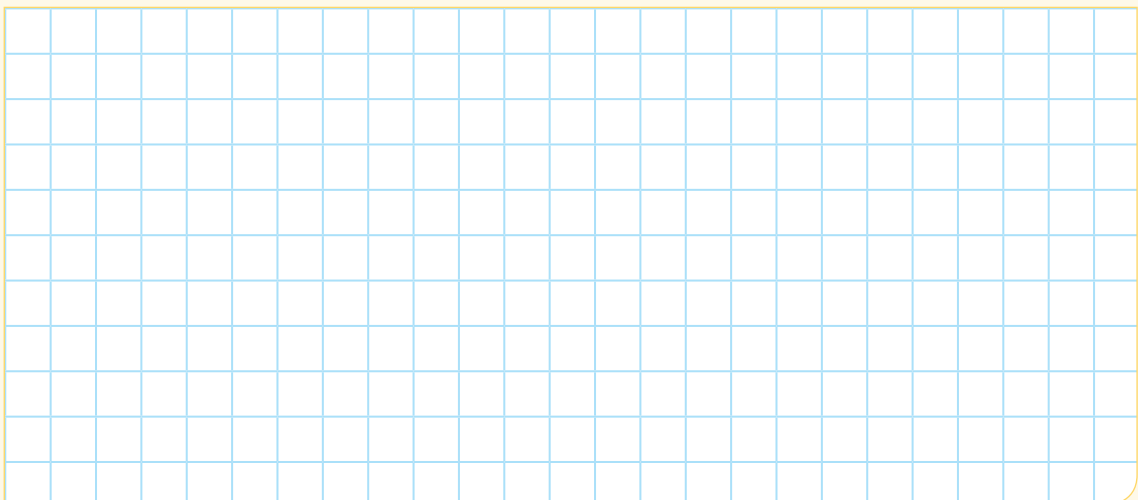
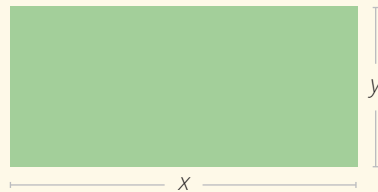
5. ¿Qué sucedería con la gráfica de una función cuadrática $g(x) = (x + 1)^2 + n$, sabiendo que n es un número natural, si aumentáramos el valor de n en cinco unidades?

- a) El vértice de la parábola se desplazaría cinco unidades hacia abajo en el eje de las ordenadas.
- b) El vértice de la parábola se desplazaría cinco unidades hacia arriba en el eje de las ordenadas.
- c) El vértice de la parábola se desplazaría una unidad hacia la derecha en el eje de las abscisas.
- d) El vértice de la parábola se desplazaría una unidad hacia la izquierda en el eje de las abscisas.



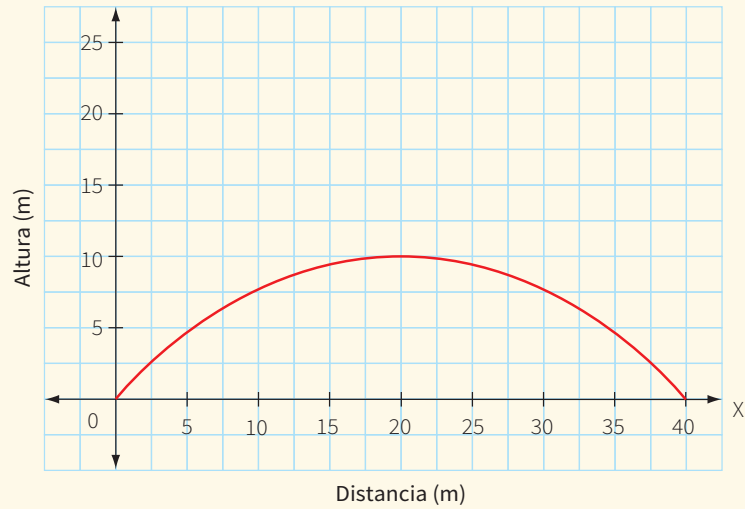
6. Con 40 m de malla metálica se quiere cercar un terreno que tiene forma de un rectángulo donde se construirá una casa. ¿Cuál es la mayor área que podría tener la casa?

- a) 40 m²
- b) 80 m²
- c) 100 m²
- d) 120 m²

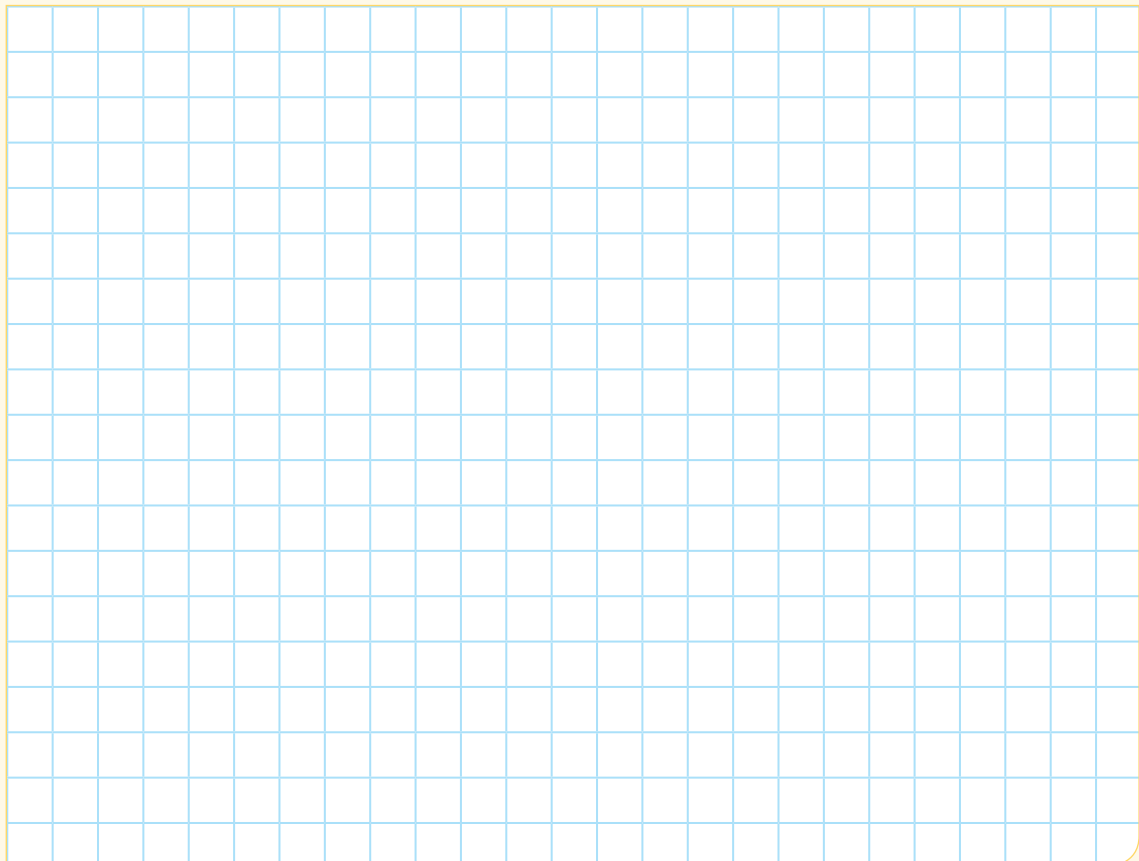


7. La trayectoria de un balón de fútbol

El siguiente gráfico ilustra la trayectoria de un balón de fútbol. La altura máxima del recorrido del balón respecto al suelo es de 10 m.



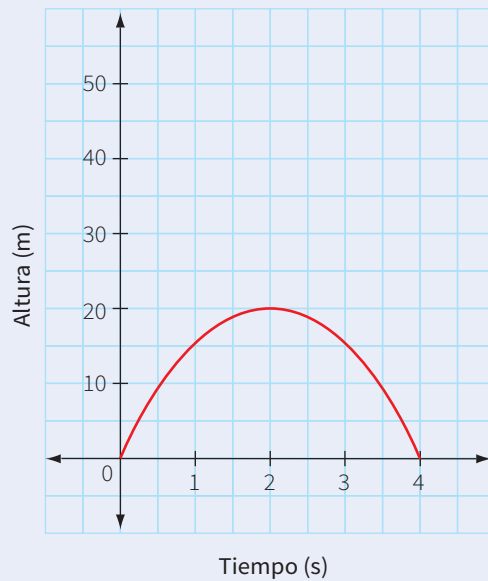
Durante su ascenso, ¿a qué distancia horizontal de su punto de partida el balón alcanzó una altura de 6 m?
Durante el descenso, ¿a qué distancia del punto de partida vuelve a estar a esa altura?



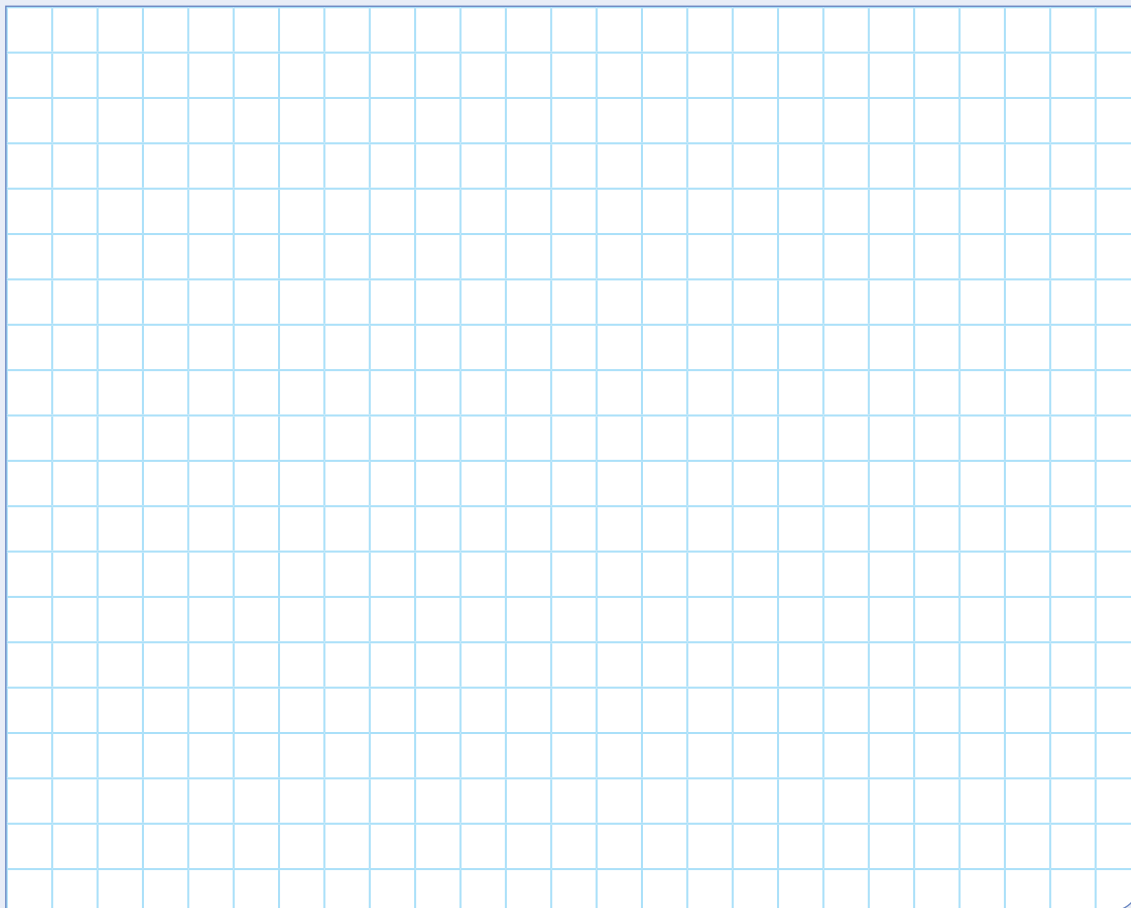
8. El recorrido de una bengala de socorro

Una bengala es disparada desde una pequeña embarcación hacia el cielo. La altura $h(t)$ (en metros) donde se ubica la bengala con relación a la embarcación en un tiempo t (en segundos) transcurrido desde su lanzamiento puede modelarse con la siguiente expresión matemática: $h(t) = -5(t - 2)^2 + 20$. El siguiente gráfico representa a la función $h(t)$.

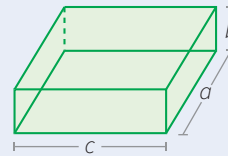
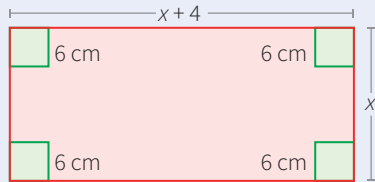
Por desgracia, este lanzamiento fue un fracaso. Normalmente, la altura máxima que alcanza este tipo de bengala es cuatro veces la altura que alcanzó en la situación descrita y su recorrido lo realiza en el doble del tiempo mostrado en el gráfico. ¿Cuál es la regla de correspondencia de esta nueva función?



- a) $h(t) = -5(t - 4)^2 + 80$
- b) $h(t) = -5(t - 2)^2 + 80$
- c) $h(t) = -5(t - 8)^2 + 80$
- d) $h(t) = 5(t - 2)^2 + 80$

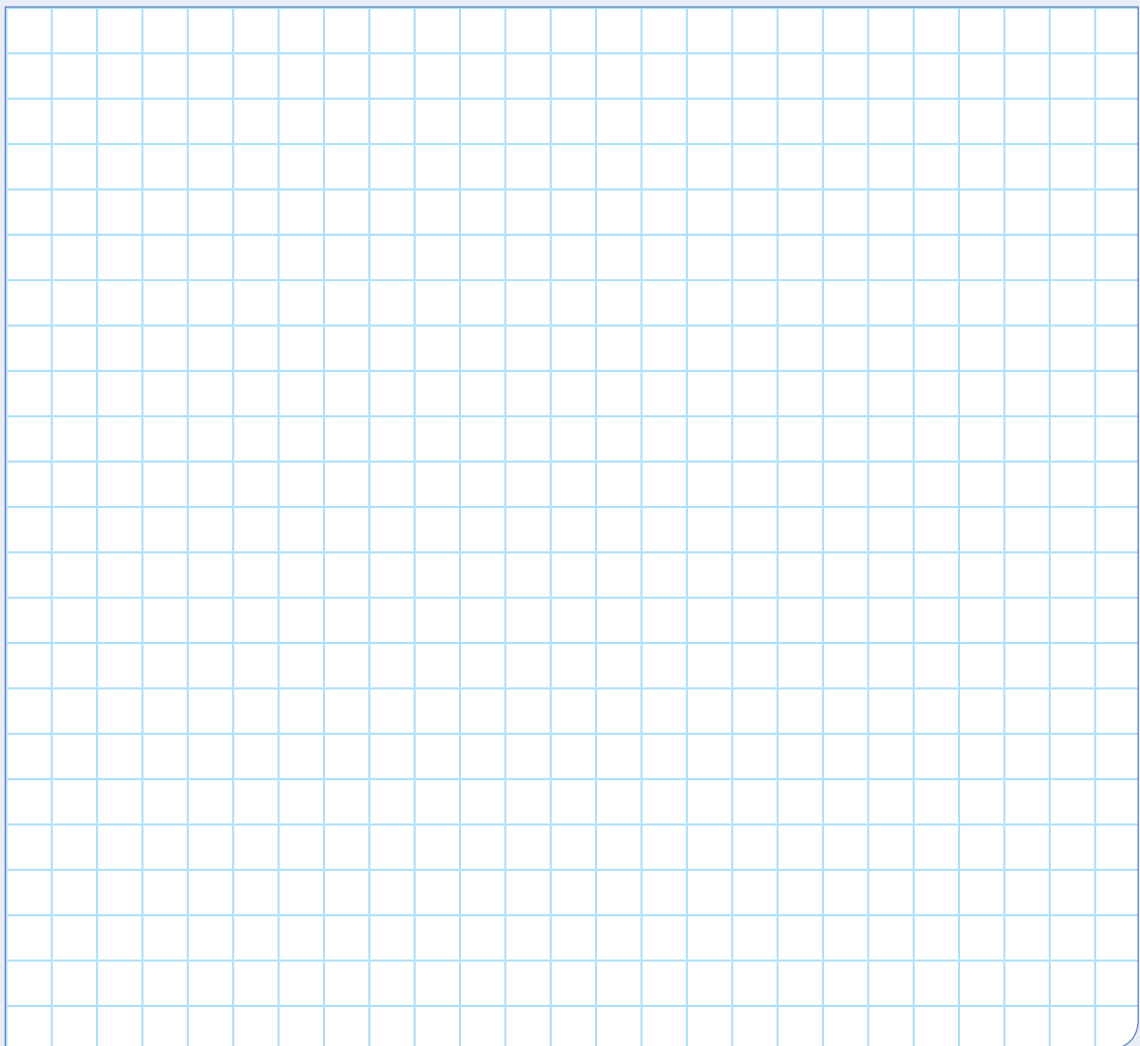


9. Una pieza de cartón que tiene la forma de un rectángulo es 4 cm más larga que ancha. Con este cartón se construye una caja cuyo volumen debe medir 840 cm^3 . Para construirla, se corta un cuadrado de 6 cm de lado y en cada esquina se doblan los bordes para formar la caja sin tapa. ¿Cuáles serán las dimensiones que debe tener la pieza de cartón? (El volumen de la caja se determina multiplicando las longitudes del alto, largo y ancho).



$$V = a \cdot b \cdot c$$

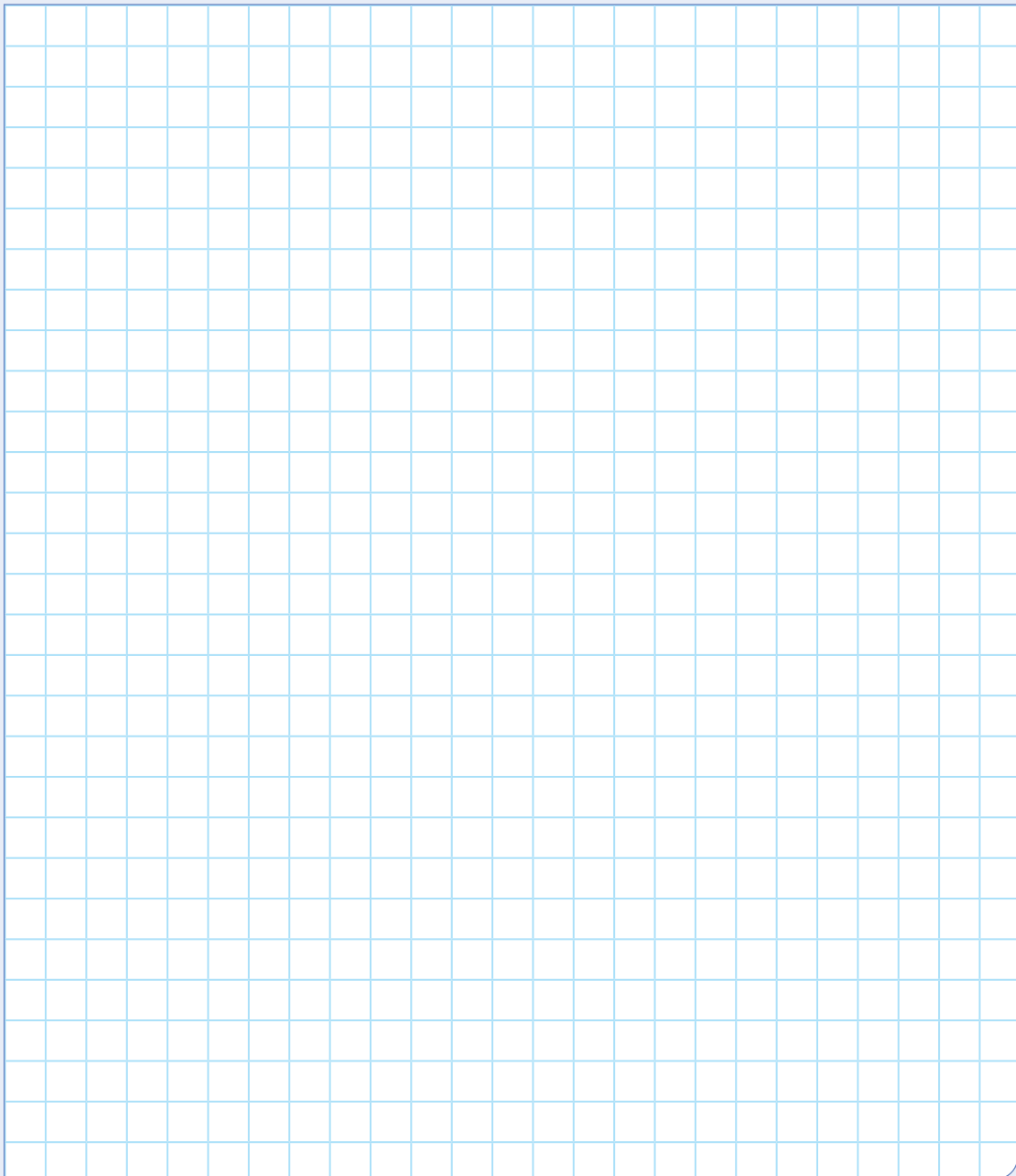
- a) Largo 26 cm y ancho 22 cm
- b) Largo 14 cm y ancho 10 cm
- c) Largo 20 cm y ancho 16 cm
- d) Largo 28 cm y ancho 24 cm



10. Un biólogo introdujo en una isla una cantidad de garzas blancas, que en un principio se reprodujeron rápidamente. Pero, debido al cambio climático, los alimentos empezaron a escasear; por tanto, la población decreció. Según el último registro, el número de garzas blancas está representado por la siguiente expresión matemática:

$f(x) = -x^2 + 22x + 104$, donde "x" representa el tiempo en años que transcurrieron desde el momento en que se introdujeron en la isla.

Se desea conocer la cantidad inicial de garzas y en cuántos años se extinguirán por completo, a fin de tomar medidas de protección de esta especie.





Aplicamos nuestros aprendizajes

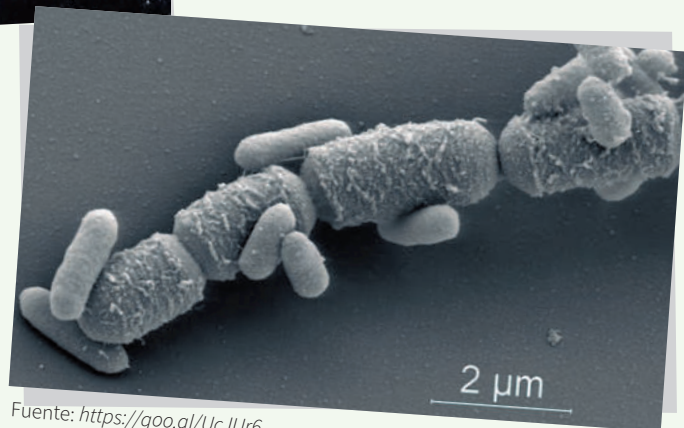
Propósito: Establecemos relaciones entre datos y transformamos a expresiones numéricas que incluyen operaciones con notación exponencial y científica. También seleccionamos y empleamos estrategias de cálculo y estimación, así como procedimientos diversos para realizar operaciones con números racionales y para expresar su valor en notación exponencial y científica.

Nuestro macrouniverso

A veces nos maravillamos con lo inmenso que es nuestro universo. Un cohete espacial tarda de 3,5 a 5 días para recorrer alrededor de 380 000 km. Además, sabemos que la distancia de la Tierra al Sol es de 150 000 000 km aproximadamente. Esto nos lleva a pensar en la cantidad de ceros que pudiera tener un número si habláramos de distancias mayores, ya que nuestro sistema solar es solo un punto en nuestra galaxia. Sucede lo mismo en el microuniverso, donde habitan nuestras células, los microorganismos, etc. Así, por ejemplo, el diámetro de la bacteria llamada *Bacillus megaterium* se encuentra entre 0,000 003 m y 0,000 009 m.



Fuente: <https://goo.gl/gCXQ7i>

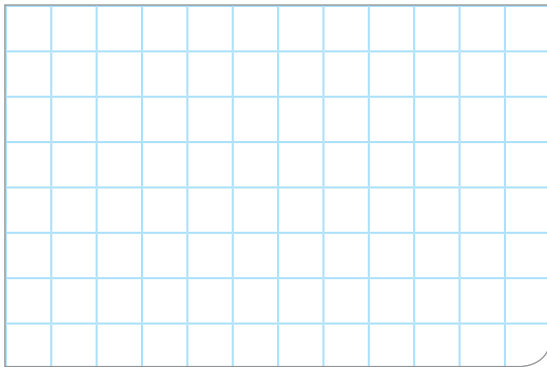


Fuente: <https://goo.gl/UcJU6>

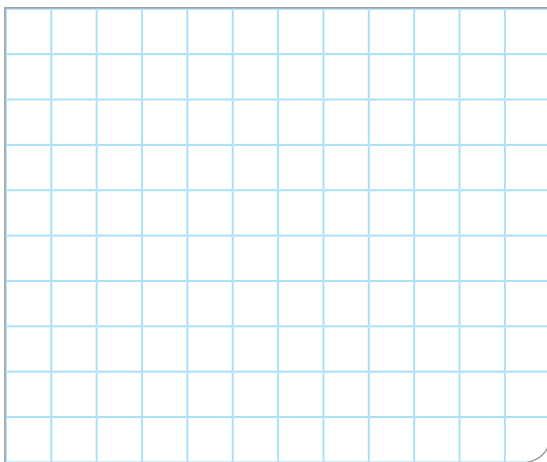
1. Si en el universo hay aproximadamente 100 billones de galaxias y cada una tiene alrededor de 400 000 millones de estrellas, y cada estrella, 10 planetas, ¿cuántos planetas aproximadamente habrá en el universo? Escribe los valores numéricos en notación científica.

Comprendemos el problema

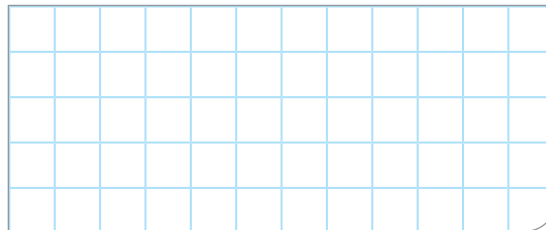
1. De la pregunta planteada en la situación significativa, ¿qué información es importante para responder dicha interrogante?



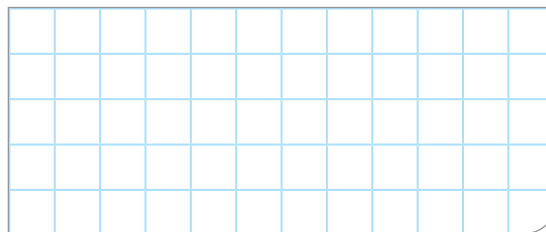
2. Escribe la expresión 400 000 millones en su forma numérica.



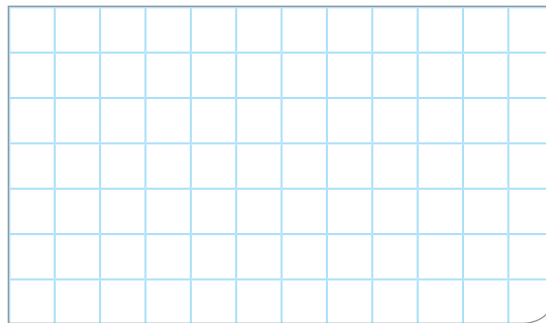
3. Escribe la expresión 100 billones en su forma numérica.



4. ¿Es lo mismo escribir mil millones que un billón? ¿Por qué?

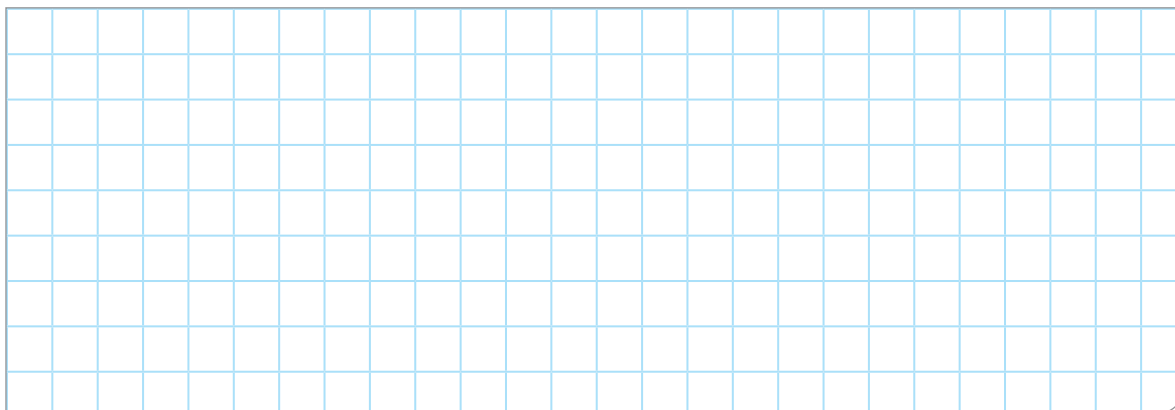


5. ¿Qué pide calcular la pregunta de la situación significativa? ¿Qué operación debes realizar?



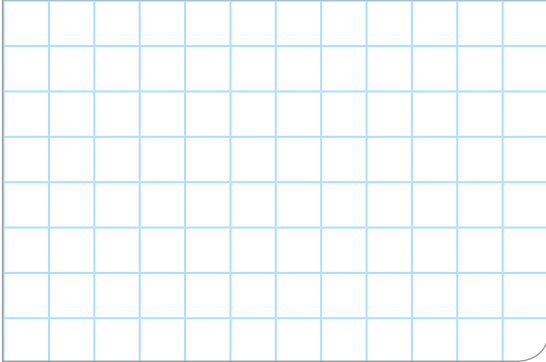
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

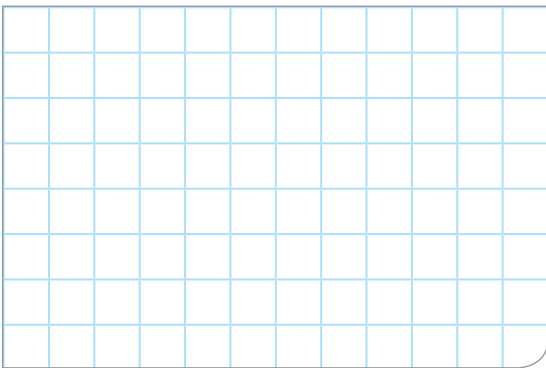


Ejecutamos la estrategia o plan

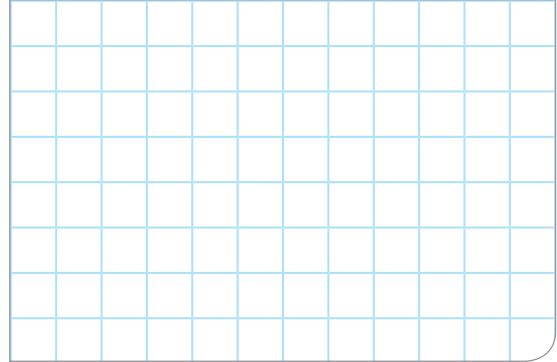
1. Describe cómo expresarías la cantidad de 100 billones en notación exponencial y en notación científica.



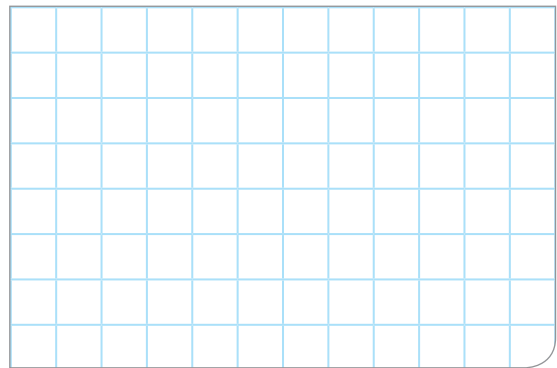
2. Describe cómo expresarías la cantidad de 400 000 millones en notación exponencial y en notación científica.



3. Describe cómo expresarías la cantidad de 1 000 000 en notación exponencial y en notación científica.

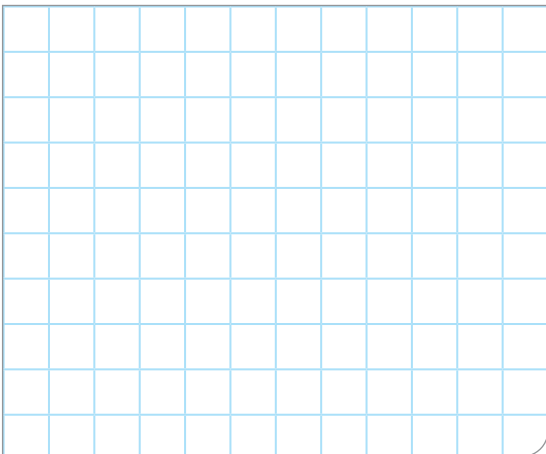


4. Aplica el procedimiento descrito anteriormente y responde la pregunta de la situación significativa.

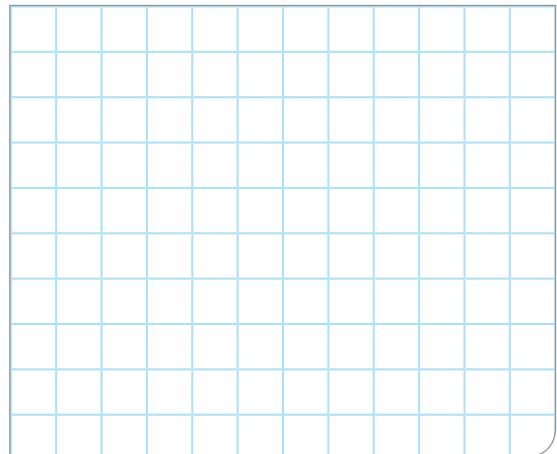


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Por qué es importante escribir las cantidades muy grandes o muy pequeñas con este tipo de notación científica?



2. La expresión $10,5 \times 10^9$ está escrita en notación científica. ¿Es correcta? Si no lo es, escribe la expresión adecuada.





Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Expresamos con lenguaje numérico al ordenar y comparar un número racional, así como la utilidad de expresar cantidades grandes y pequeñas en notación exponencial y científica. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos las afirmaciones sobre las operaciones con cantidades en notación exponencial y científica, y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

¿Qué es un año luz?

Un año luz es una medida de distancia y no de tiempo. Mide la distancia que la luz recorre en un año. Para ponerlo en perspectiva, digamos que la velocidad de la luz es de 300 000 km por segundo. El resultado de multiplicar este número por 60 (para transformarlo en minutos) es 18 000 000 km por minuto. Luego, nuevamente multiplicado por 60, se transforma en 1 080 000 000 km por hora (mil ochenta millones de kilómetros por hora). Multiplicado por 24 (horas por día), resulta que la luz viajó 25 920 000 000 km (casi veintiséis mil millones de kilómetros en un día). Finalmente, multiplicado por 365 días, un año luz (o sea, la distancia que la luz viaja por año) es, aproximadamente, 9 460 800 000 000 km (casi nueve billones y medio de kilómetros). De ese modo, cada vez que les pregunten cuánto es un año luz, ustedes, convencidos, digan que es una manera de medir una distancia (grande, pero distancia al fin) y que es de casi nueve billones y medio de kilómetros.

(Adaptado de Adrián Paenza. *Matemática... ¿estás ahí?*)

Expresa las operaciones realizadas para convertir la velocidad de la luz indicadas en la información. Luego escribe el resultado final en notación científica.

Resolución

La velocidad de la luz es de 300 000 km por segundo.

- Primero se multiplica la velocidad de la luz por 60 para convertirla en minutos:
 $300\,000 \times 60 = 18\,000\,000 = 1,8 \times 10^7$ km por minuto
- Luego se multiplica el resultado por 60 para convertirlo en horas:
 $1,8 \times 10^7 \times 60 = 1,08 \times 10^9$ km por hora
- Después se multiplica el resultado por 24 para convertirlo en días:
 $1,08 \times 10^9 \times 24 = 2,592 \times 10^{10}$ km por día

Respuesta:

Finalmente, se multiplica el resultado por 365 para convertirlo en años:
 $2,592 \times 10^{10} \times 365 = 9,4608 \times 10^{12}$ km por año

1. Describe el procedimiento que se ha realizado en la resolución de la situación significativa.

2. ¿Cómo determinas si el resultado final es la expresión correcta en notación científica?

Situación significativa C

Calcula el volumen aproximado de la Tierra en metros cúbicos, considerando el radio de 6500 km, el valor de $\pi \approx 3,14$ y el volumen de una esfera que es $\frac{4}{3} \pi r^3$.



Aprendemos a partir del error

Resolución

Se pide hallar el volumen de la Tierra en metros cúbicos. Por lo tanto, el radio debe estar expresado en metros.

- Se usa la fórmula de volumen:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Sabiendo que:

$$\pi \approx 3,14$$

$$r = 6500 \text{ km, que equivale a } 6\,500\,000 \text{ m}$$

- Para reducir los números en las operaciones, se usa la notación científica:

$$V = \frac{4}{3} (3,14) \times (6,5 \times 10^6)^3$$

$$V = \frac{12,56 \times 274,625 \times 10^{18}}{3}$$

$$V = 1149,8 \times 10^{18}$$

$$V = 1,15 \times 10^{18}$$

Respuesta: El volumen aproximado de la Tierra es $1,15 \times 10^{18} \text{ m}^3$.

- ¿Cómo se expresan 6 500 000 m en notación científica?

A large grid of 10 columns and 10 rows for writing the answer to question 1.

- ¿Cómo corregirías esta equivalencia?

$$1149,8 \times 10^{18} = 1,15 \times 10^{18}$$

A large grid of 10 columns and 10 rows for writing the answer to question 2.

- ¿Qué procedimientos ayudaron a encontrar la respuesta?

A large grid of 10 columns and 10 rows for writing the answer to question 3.

- ¿Por qué el volumen se expresa en unidades cúbicas?

A large grid of 10 columns and 10 rows for writing the answer to question 4.

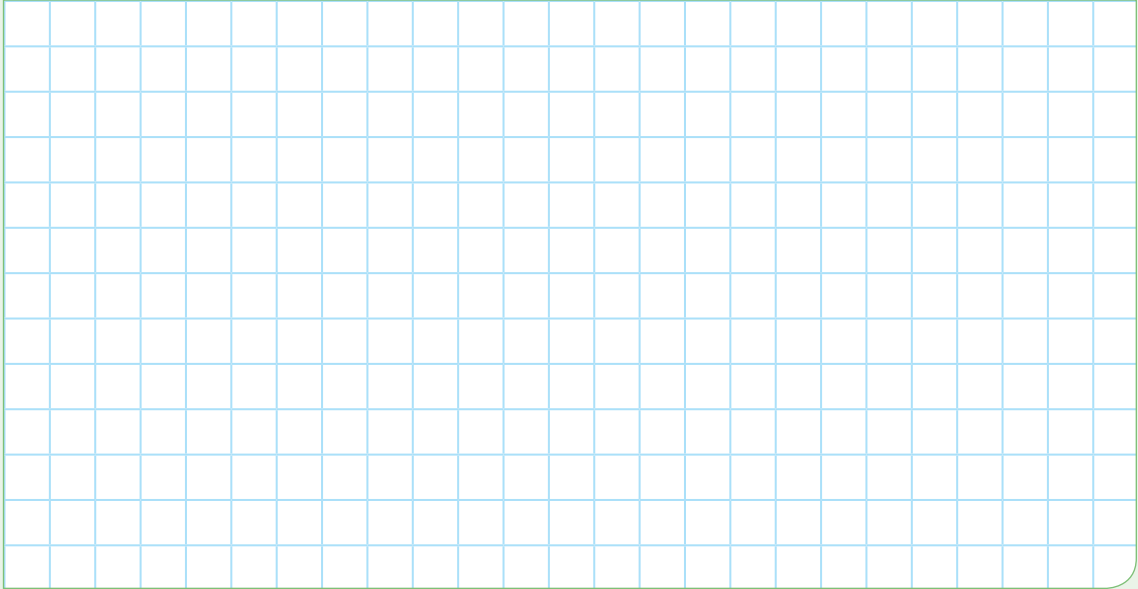
3. La masa del Sol es, aproximadamente, 330 000 veces la masa de la Tierra. Si la masa de la Tierra es 6×10^{24} kg, ¿cuál sería la masa aproximada del Sol, expresada en notación científica?

a) 198×10^{98} kg

b) $19,8 \times 10^{28}$ kg

c) $1,98 \times 10^{30}$ kg

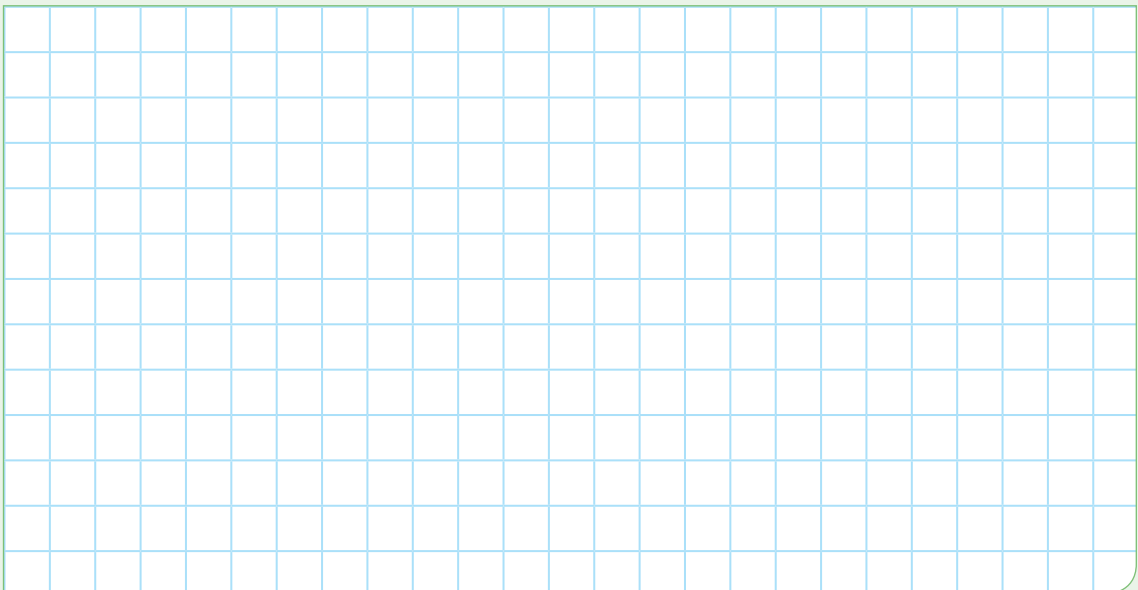
d) 198×10^{28} kg



4. **Cifras astronómicas**

Los exploradores del firmamento manejan cantidades formadas por algunas cifras significativas seguidas de una larga fila de ceros. Sería muy incómodo expresar con los medios ordinarios las llamadas, con razón, “cantidades astronómicas” y, sobre todo, operar con ellas. Por ejemplo, la distancia que nos separa de la nebulosa de Andrómeda es de 95 000 000 000 000 000 km.

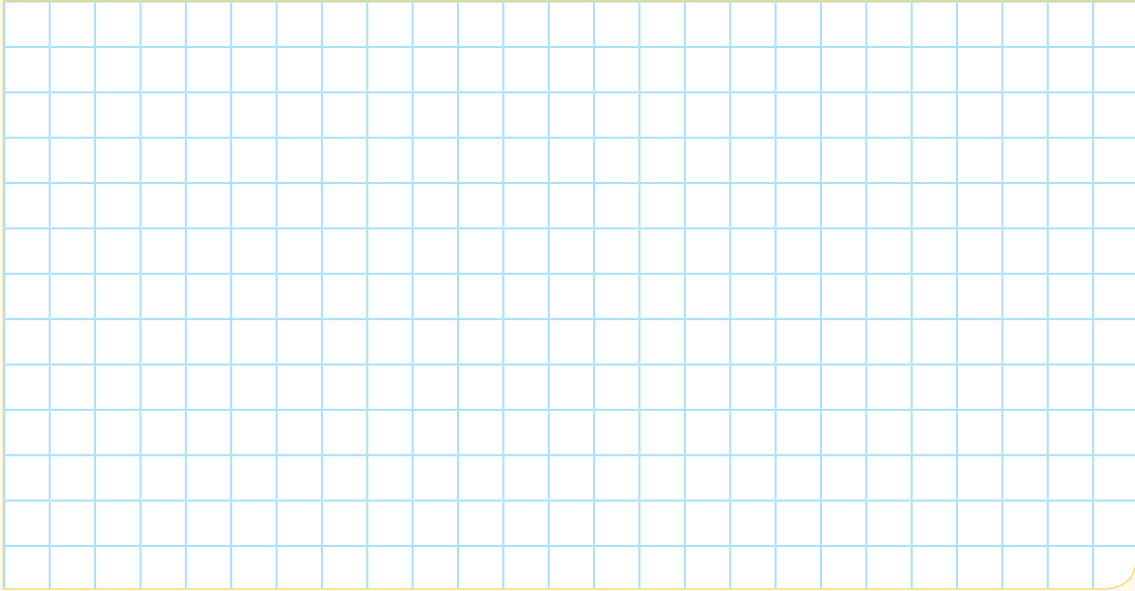
Expresa la distancia hasta Andrómeda en centímetros y en notación científica.



5. La superficie terrestre ocupa un total de 135 millones de kilómetros cuadrados. Si en cada metro cuadrado hubiera 70 plantas de diente de león, expresa en notación científica la cantidad de plantas de diente de león que cubrirían la superficie terrestre.

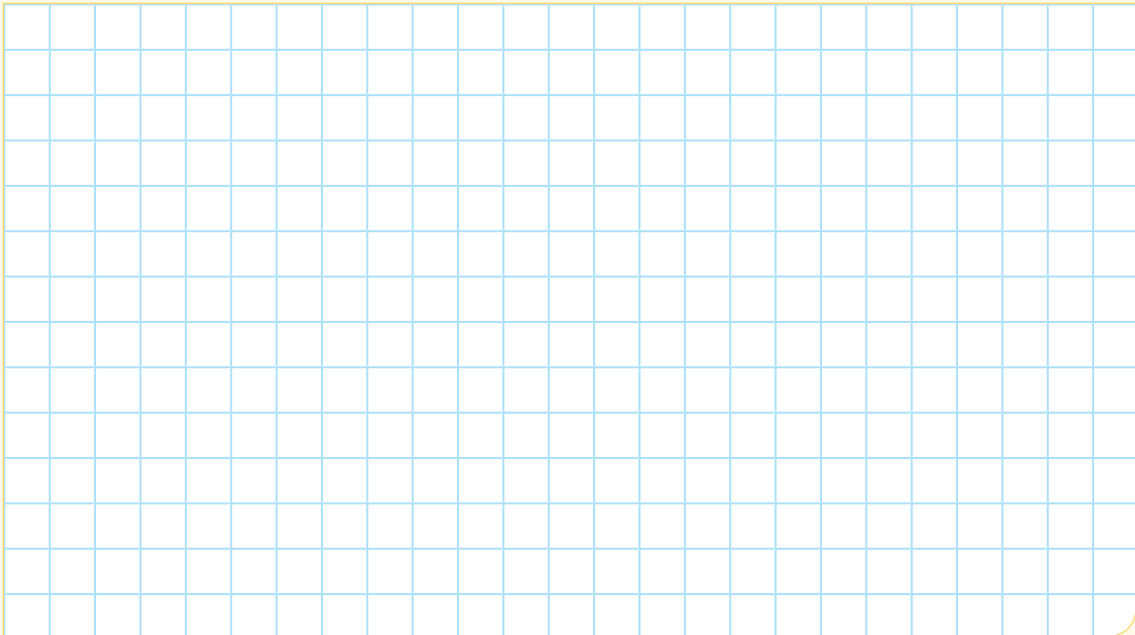
(Adaptado de Yakov Perelman. *Matemática recreativa*)

- a) $1,35 \times 10^{14}$ b) $1,35 \times 10^8$ c) $94,5 \times 10^{14}$ d) $9,45 \times 10^{15}$

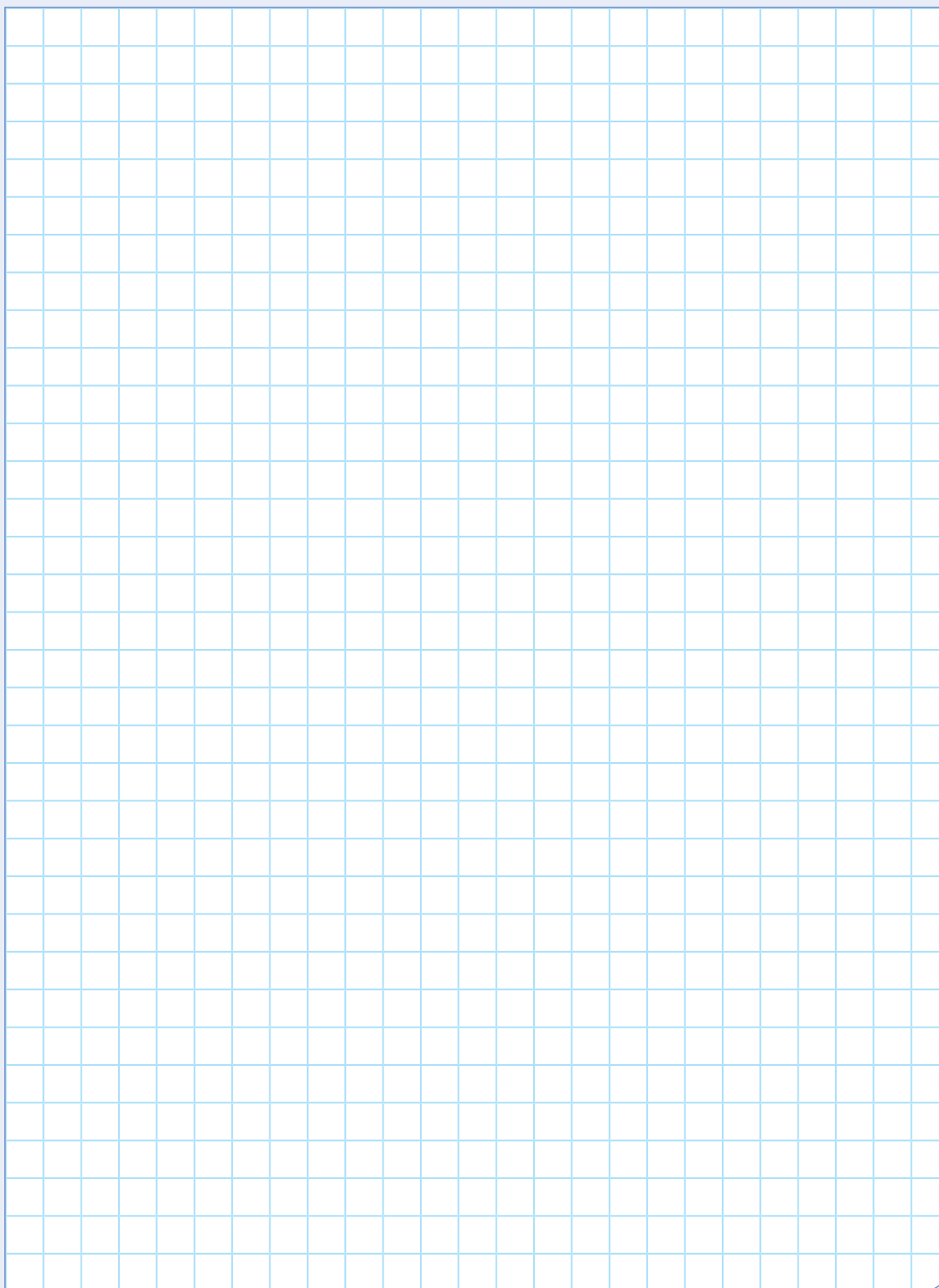


6. Aproximadamente, el 70 % de la superficie de nuestro planeta es agua, y hay alrededor de 1386 millones de kilómetros cuadrados de esta. Escribe en notación científica qué superficie en kilómetros cuadrados no es agua.

- a) $5,94 \times 10^5$ b) $5,94 \times 10^6$ c) $5,94 \times 10^8$ d) $5,94 \times 10^9$



- 10 Si los glóbulos rojos que hay en 3 litros de sangre se dispusieran en línea recta, uno junto al otro, ¿qué longitud se obtendría en centímetros (cm)? Expresa en notación científica.





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre las características, las propiedades y los atributos medibles de formas geométricas, y empleamos estrategias heurísticas o procedimientos para establecer relaciones de semejanza y congruencia entre formas geométricas, así como otras propiedades para determinar longitudes de formas bidimensionales empleando unidades convencionales.

Unidos por un polideportivo

Las asociaciones de padres de familia de tres instituciones educativas de la zona, en coordinación con sus directores y para fomentar la práctica del deporte de sus estudiantes, buscan un lugar donde construir un polideportivo que sea equidistante a los tres colegios. Para ello, deciden contratar a un ingeniero que determine la ubicación exacta del complejo, a quien le proporcionan el plano a escala (1:3000) de la zona donde se encuentran las instituciones educativas.




© CCPCH



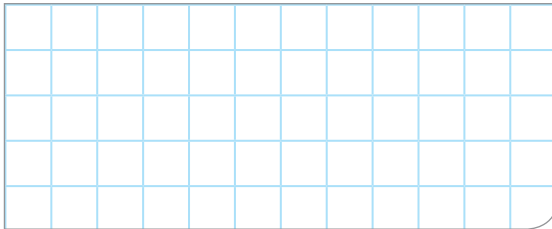
1. ¿Cuánto miden las distancias geométricas reales entre las instituciones educativas?
2. ¿Dónde estará ubicado el polideportivo? Señala en el plano.

Comprendemos el problema

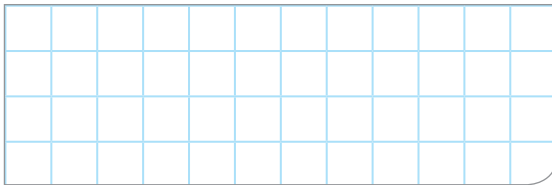
1. ¿Qué interés tienen las tres instituciones educativas?



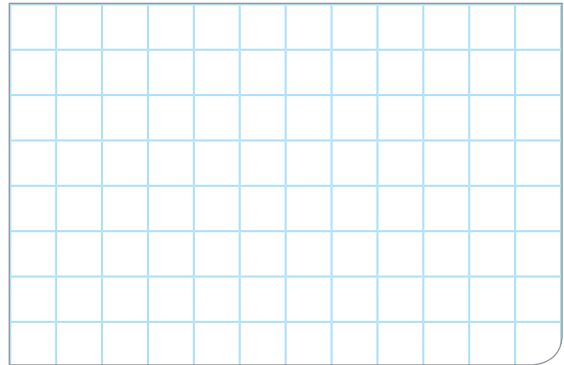
2. ¿Qué significa la palabra “equidistante”?




3. ¿Qué datos se tienen para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa?



4. ¿Qué figura geométrica se forma al trazar las distancias entre las instituciones educativas?

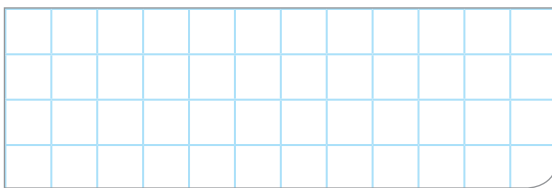


5. ¿A qué escala está el plano y qué significa dicha escala?

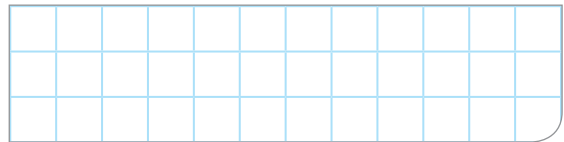


Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Cómo hallarías las distancias geométricas reales entre las instituciones educativas?

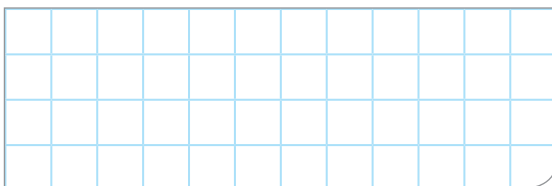


2. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



Ejecutamos la estrategia o plan

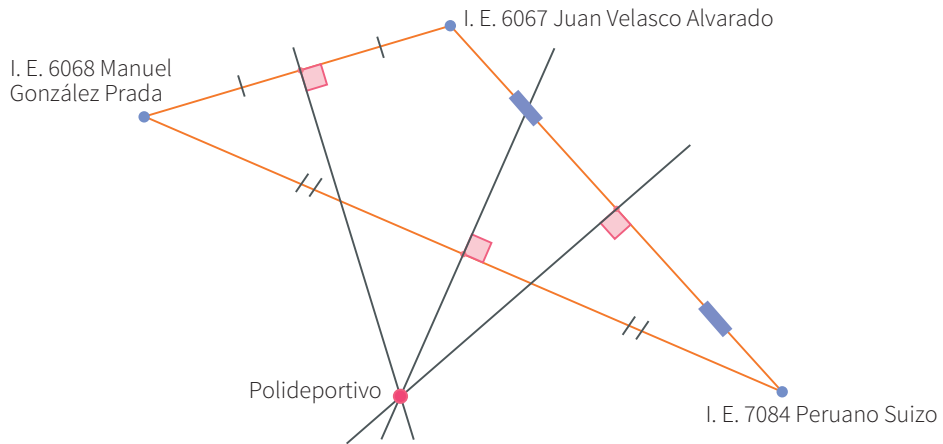
1. Con ayuda de una regla, halla las distancias entre las instituciones educativas en el plano y, con la escala proporcionada en la situación significativa, halla las distancias reales.



2. Completa:

- La distancia real entre la I. E. Manuel González Prada y la I. E. Juan Velasco Alvarado es m.
- La distancia real entre la I. E. Juan Velasco Alvarado y la I. E. Peruano Suizo es m.
- La distancia real entre la I. E. Manuel González Prada y la I. E. Peruano Suizo es m.

Con ayuda de una regla y un transportador, se trazó una recta por el punto medio de cada lado del triángulo como se muestra en la siguiente figura:



3. Mide con un transportador el ángulo que forman la línea marcada con el lápiz y cada uno de los lados del triángulo, ¿cuánto mide el ángulo en cada caso? ¿Qué características tiene esta línea o recta trazada con el lápiz respecto al lado por el que pasa?

4. Mide las distancias desde el punto formado por las tres rectas marcadas hasta cada uno de los vértices del triángulo, ¿cómo son estas distancias?

5. ¿Cómo denominarías a cada una de las rectas trazadas desde cada lado y al punto de intersección que forman estas tres rectas?

6. Efectúa los mismos trazos en el plano presentado en la situación significativa y ubica el lugar donde estaría el polideportivo, ¿qué calles estarían cercanas a esta ubicación?

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Cómo se puede comprobar que la ubicación del polideportivo responde al interés de las instituciones educativas?

2. ¿De qué otra forma puedes realizar los trazos en el plano y responder la segunda pregunta de la situación?



Comprobamos nuestros aprendizajes

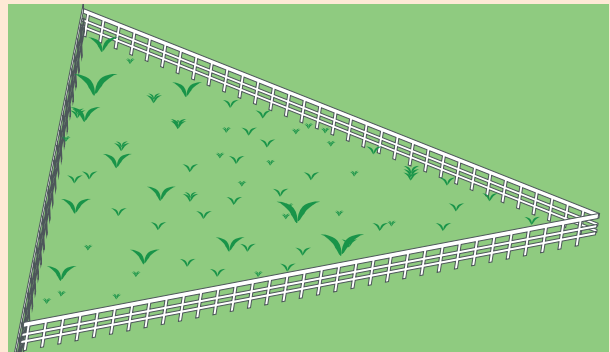
Propósito: Expresamos con dibujos, con material concreto y con lenguaje geométrico nuestra comprensión sobre las características de un triángulo. Asimismo, justificamos con conocimientos geométricos las relaciones y propiedades entre las formas geométricas, comprobamos o descartamos la validez de la afirmación mediante ejemplos.

Situación significativa A

Gerónimo es un agricultor que tiene un terreno con forma triangular, como se muestra en la imagen.

Él quiere cultivar en toda la extensión del terreno productos, como zanahoria, yuca, choclo, alcachofa, cebada y papa, de manera equitativa.

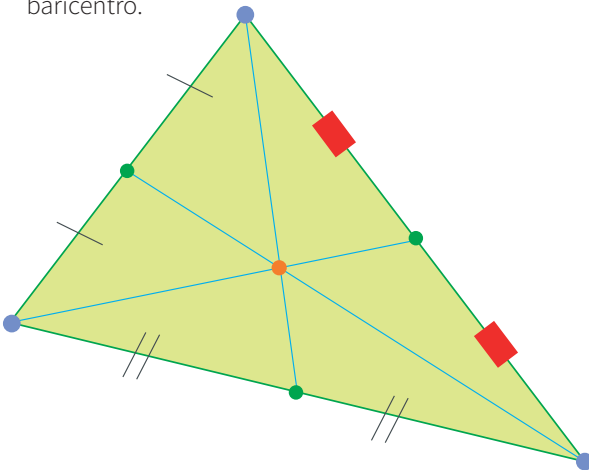
¿Cómo podría hacer Gerónimo la distribución del terreno para cultivar estos seis productos uniformemente?



Resolución

Elaboramos un gráfico que representa el terreno y con ayuda de una regla, se trazan las tres medianas:

- Para trazar la mediana, se ubica el punto medio de los lados y se unen con el vértice opuesto.
- El punto de intersección de las medianas se denomina baricentro.

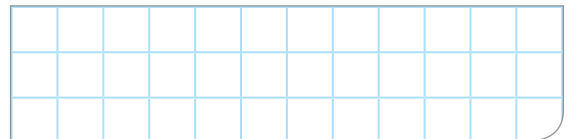


En el gráfico, se observa la distribución del terreno.

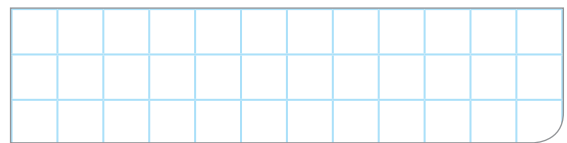
Respuesta:

Se deben trazar las medianas relativas a cada lado, lo cual determinará seis regiones de igual área.

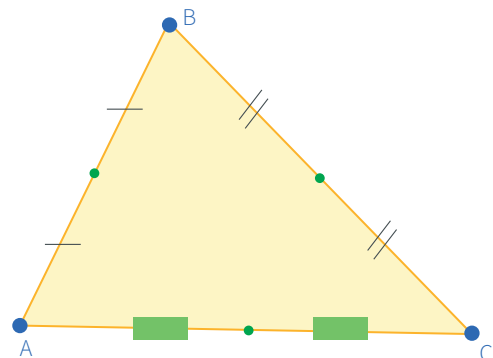
1. ¿Por qué es útil realizar un gráfico para responder la pregunta de la situación significativa?



2. ¿Qué representa el baricentro en este terreno?

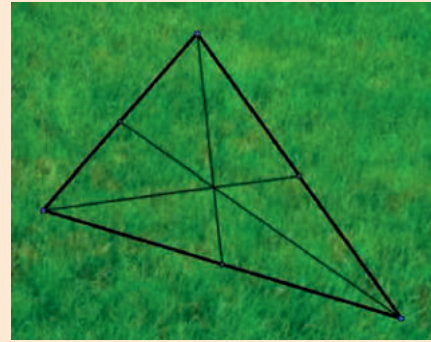


3. Ubica el baricentro del siguiente triángulo:



Situación significativa B

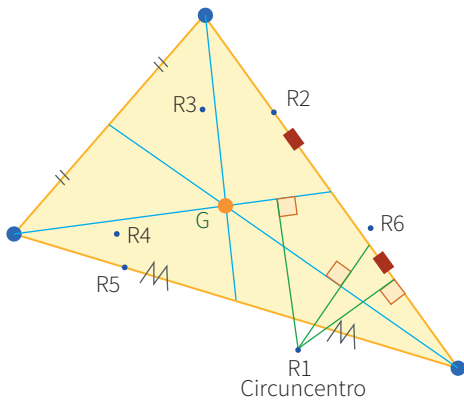
Para regar el terreno de forma triangular, Gerónimo ha decidido instalar regaderas giratorias automáticas para cada sector del terreno de cultivo. ¿Dónde deben ser instaladas las regaderas de modo que cubran todos los rincones de cada sector?



Resolución

- Para que las regaderas cubran todos los rincones del terreno, se trazan las **mediatrices** en cada uno de los sectores.
- El **circuncentro** (que es la intersección de las tres mediatrices) indicará la ubicación de cada regadera.
- Para trazar la mediatriz, se ubica el punto medio de los lados y luego se trazan líneas perpendiculares en cada lado que pasen por los puntos medios.

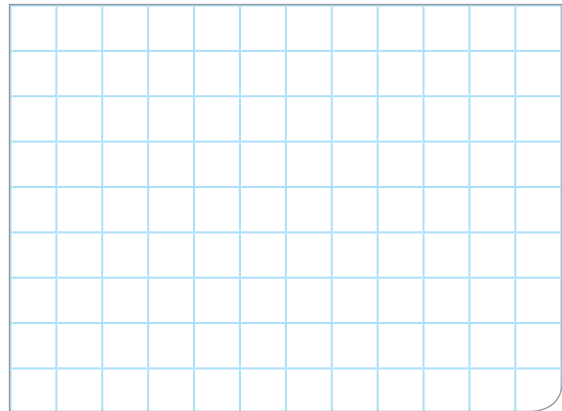
En el gráfico, observamos la ubicación de las regaderas para cada parte del terreno.



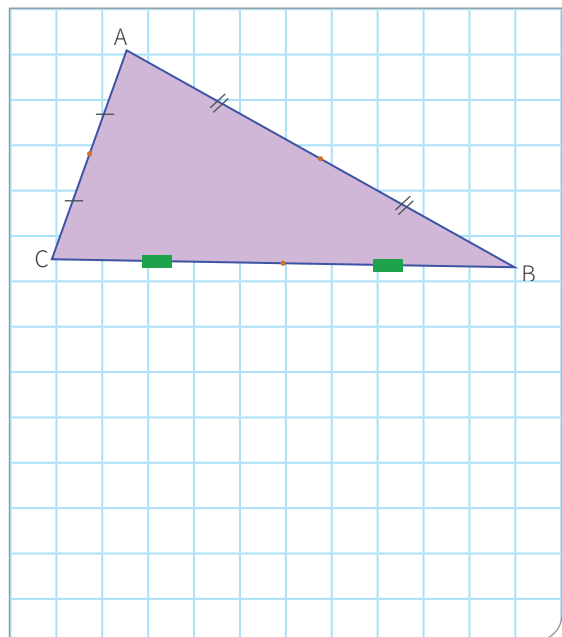
Respuesta:

La ubicación de las regaderas será R1, R2, R3, R4, R5 y R6

1. ¿Por qué el circuncentro de cada triángulo será el punto de ubicación de las regaderas?



2. Ubica el circuncentro del siguiente triángulo:



Situación significativa C

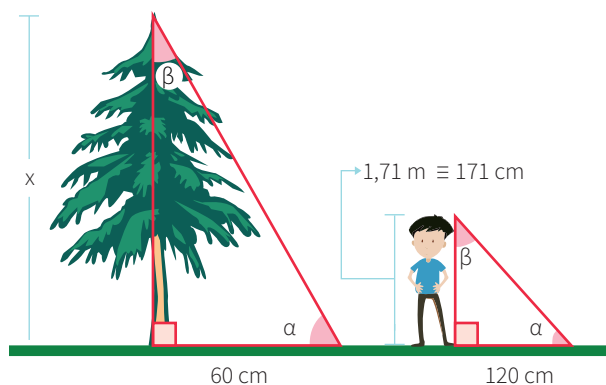
En una competencia de cometas sucedió un imprevisto: el hijo de Juan estaba volando su cometa y se le enredó en la parte más alta de un árbol. ¿Cómo sacarla?, se preguntaban. Juan decidió subir al árbol, pero por precaución quería saber su altura. Si las sombras proyectadas por Juan y el árbol, en ese instante, eran 60 y 120 cm, respectivamente, sabiendo que Juan mide 1,71 m, ¿cuál es la altura del árbol?



Aprendemos a partir del error

Resolución

- Se realiza un gráfico de la situación.



- Se observa que la altura del árbol forma un triángulo con su sombra. De igual manera, la altura de Juan forma un triángulo con su sombra.
- Estos triángulos son semejantes porque tienen ángulos congruentes y lados homólogos proporcionales. Por ello, se plantea la siguiente proporcionalidad:

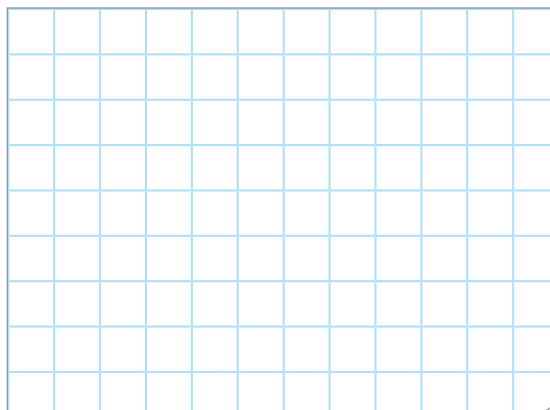
$$\frac{\text{Altura del árbol}}{\text{Sombra del árbol}} = \frac{\text{Altura de Juan}}{\text{Sombra de Juan}}$$

$$\frac{x}{60} = \frac{171}{120}$$

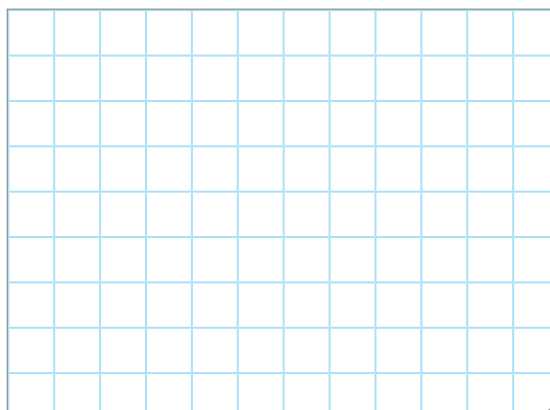
$$x = 85,5 \text{ cm}$$

Respuesta: La altura del árbol es 85,5 cm \equiv 0,855 m.

- Según el resultado obtenido, la altura del árbol mide menos que la altura de Juan. ¿Por qué sucedió esto?

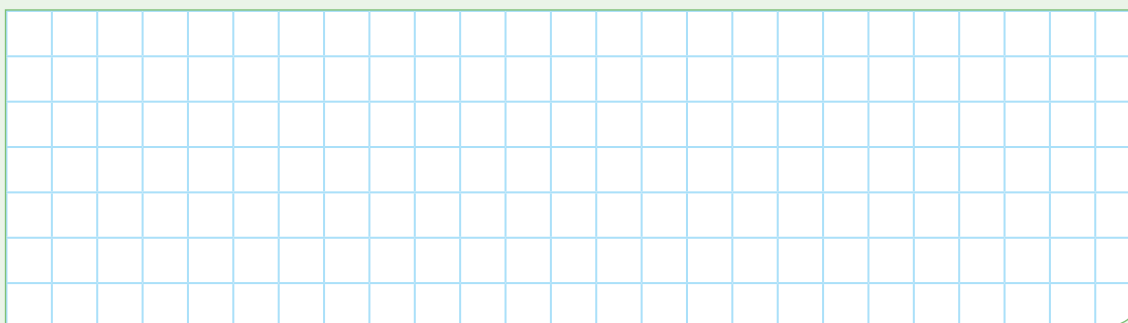
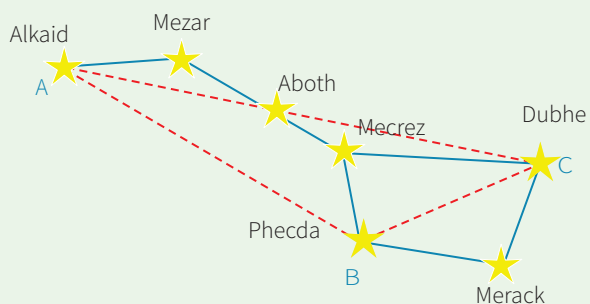


- ¿Qué cambios harías en la resolución y qué resultado obtendrías?

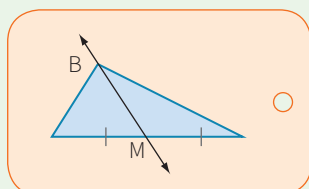


3. Los astrónomos saben que la constelación del hemisferio Norte, Osa Mayor, contiene tres estrellas muy brillantes: Alkaid, Dubhe y Phecda, las cuales forman el triángulo ABC. Si la $m\angle B = 125^\circ$ y la $m\angle C = 34^\circ$, ¿cuánto mide el ángulo A?

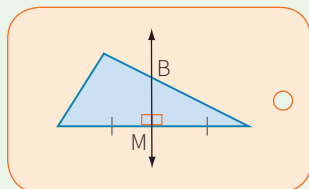
- a) 21°
- b) 30°
- c) 69°
- d) 159°



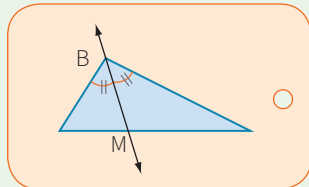
4. La columna de la izquierda presenta diferentes figuras de triángulos en las que aparece la recta BM. Asocia cada figura con el nombre que recibe esa recta.



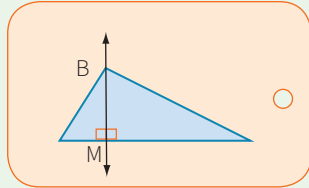
Mediatriz



Altura

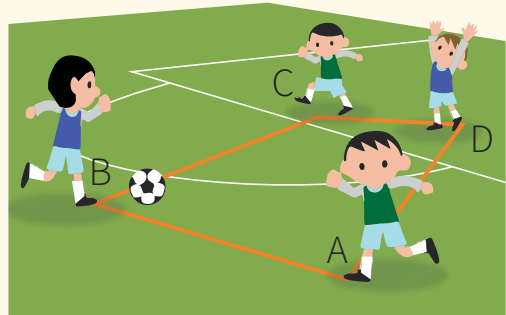


Mediana

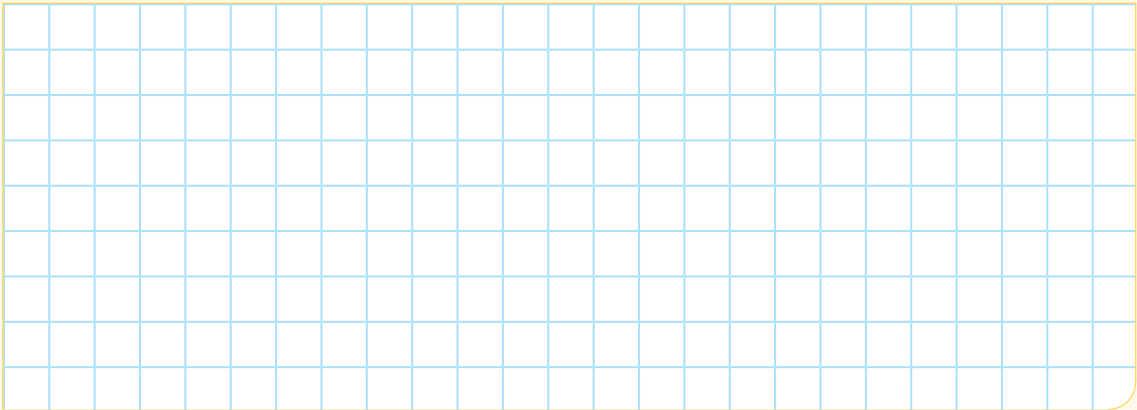


Bisectriz

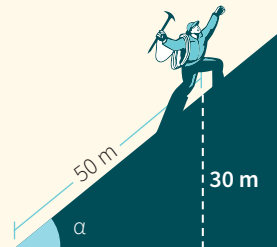
5. En uno de los entrenamientos para las olimpiadas de una institución educativa, cuatro estudiantes: Alfredo (A), Benito (B), Carlos (C) y David (D) se ubicaron tal cual se muestra en la imagen. Si las distancias AB, BC y AD son iguales, $m\angle A = 72^\circ$ y $m\angle B = 60^\circ$, calcula la medida del ángulo donde se ubica David.



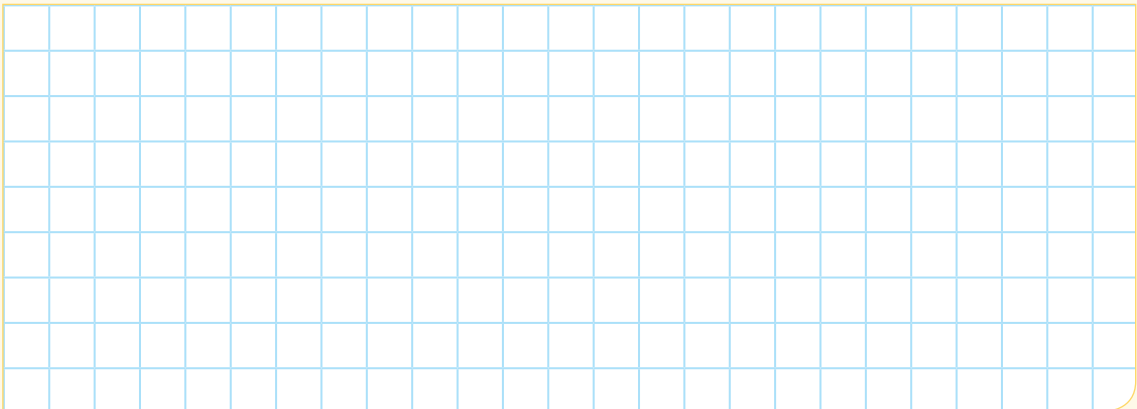
- a) 48°
- b) 54°
- c) 60°
- d) 84°



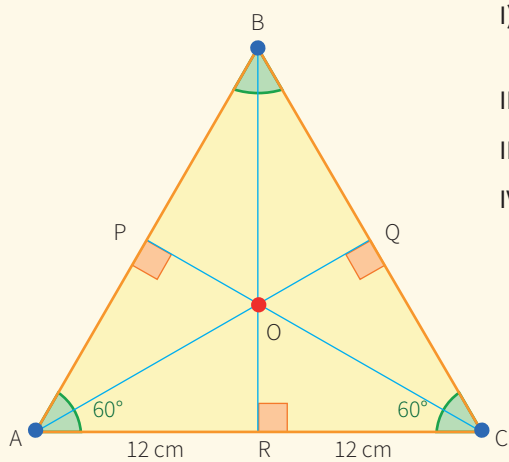
6. Un alpinista escala la montaña Huascarán, que forma un ángulo α con respecto al plano horizontal. Cuando el alpinista asciende 50 m, llega a una altura de 30 m. ¿A qué altura se encuentra el alpinista cuando ha recorrido 75 m?



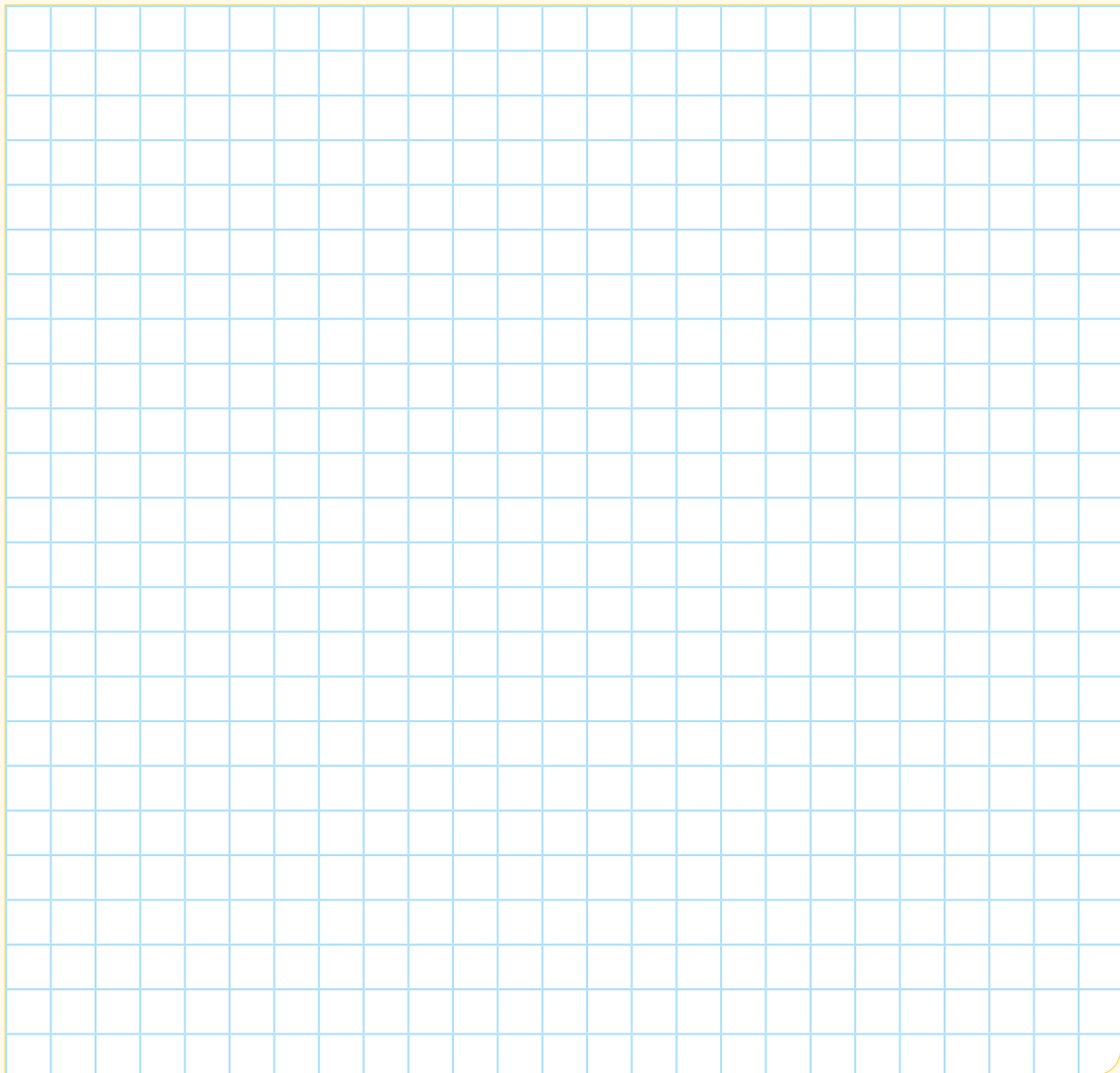
- a) 15 m
- b) 45 m
- c) 60 m
- d) 80 m



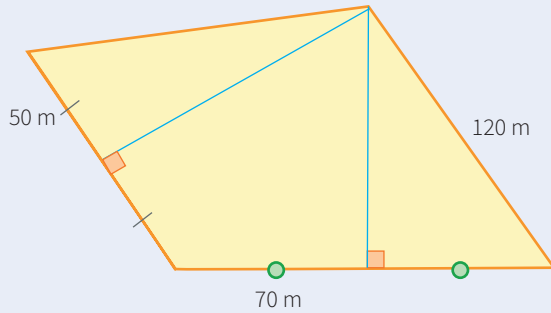
7. Según la figura, determina si los enunciados son verdaderos o falsos.



- I) En el punto O coinciden los puntos notables ortocentro, baricentro, circuncentro e incentro. ()
- II) El punto O divide a la mediana BR en 8 cm y 4 cm . ()
- III) El triángulo AQB es isósceles. ()
- IV) Los triángulos APO y CQO son semejantes. ()

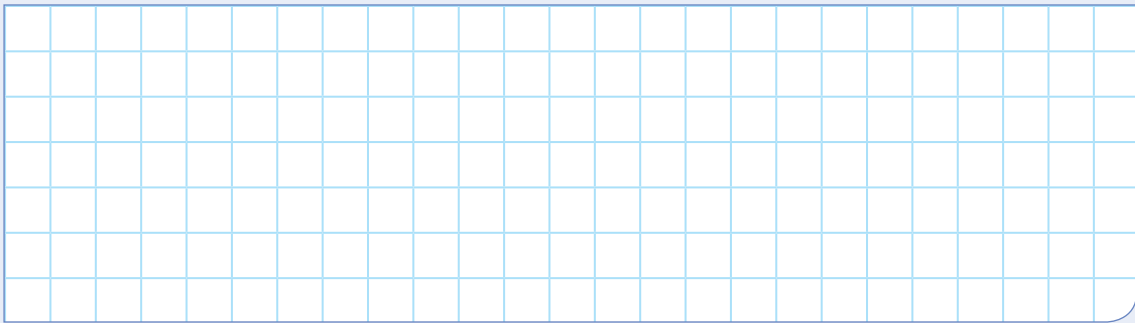


8. La financiera Inkahorro ha adquirido un terreno para destinarlo a la construcción de un club de esparcimiento que beneficiará a todos sus trabajadores. Se desea cercar el terreno con un muro de 2 m de altura. Si por cada metro cuadrado se requieren 40 ladrillos, ¿cuántos ladrillos se necesitarán para cercar el terreno?

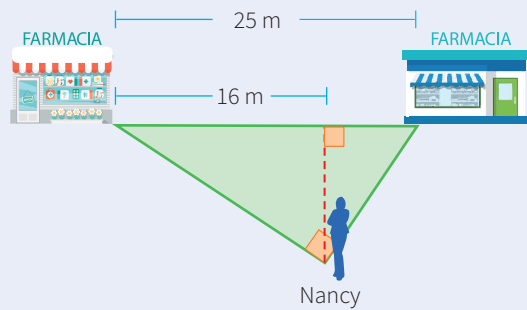


Fuente: <https://goo.gl/mzqmSE>

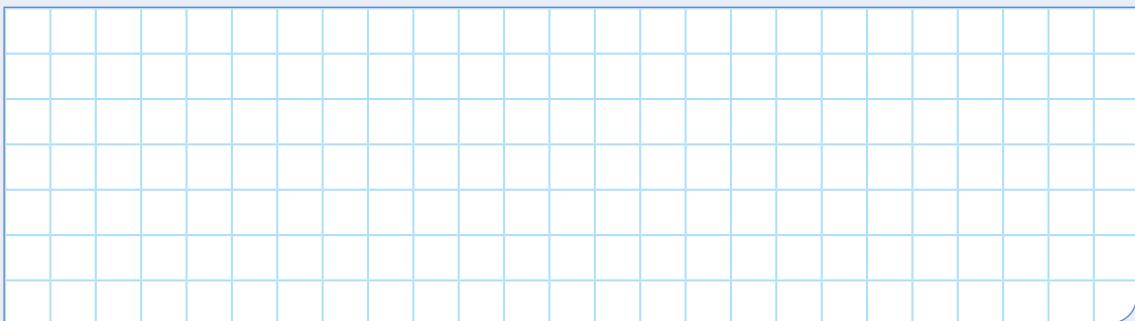
- a) 38 400 ladrillos b) 9600 ladrillos c) 14 400 ladrillos d) 960 ladrillos



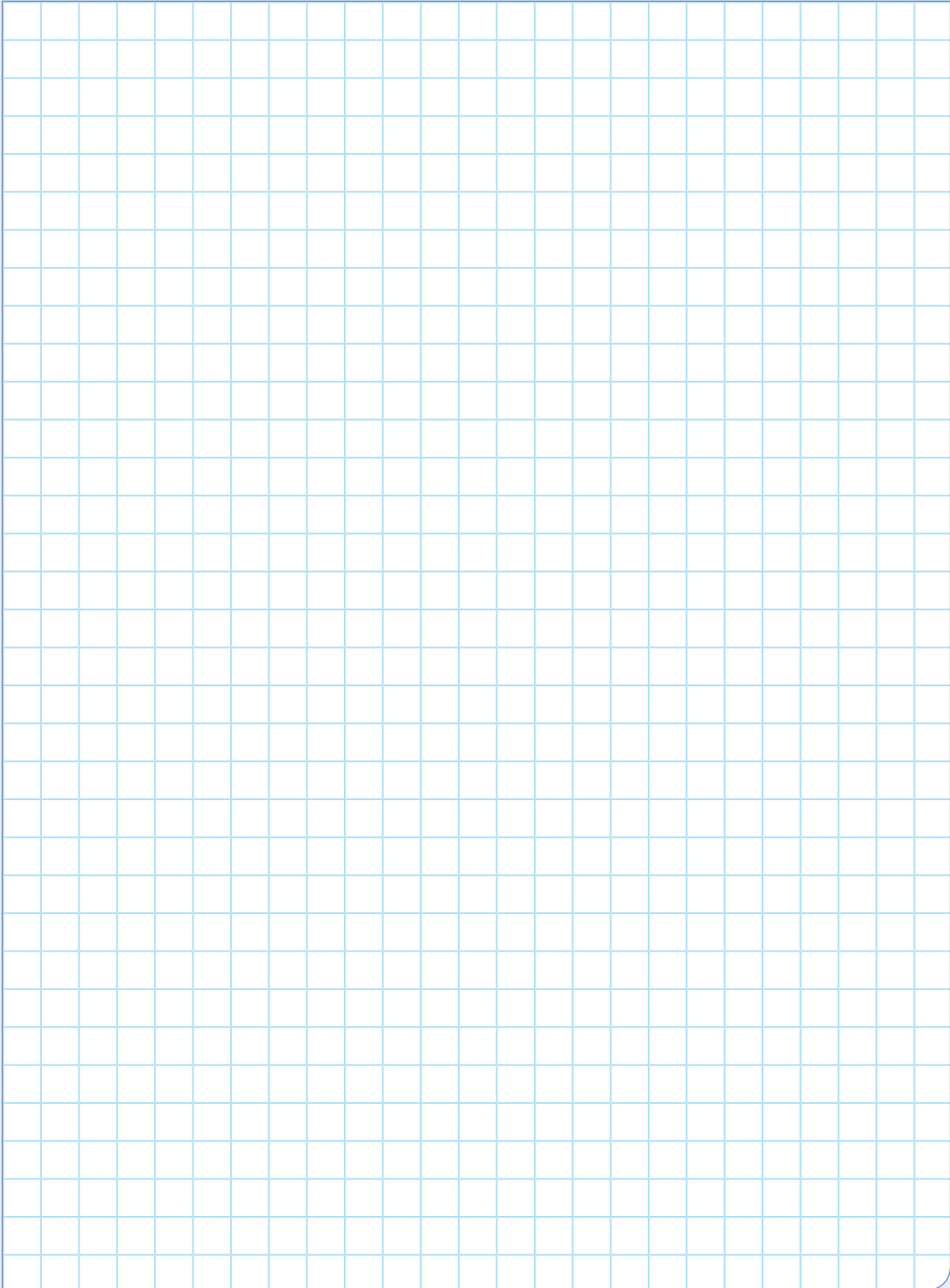
9. Dos farmacias se ubican en un mismo lado de la calle. Nancy, que vive al frente, quiere comprar un medicamento en cualquiera de las dos farmacias. ¿A cuántos metros se encuentra la farmacia que está más cerca de Nancy?



- a) 9 m
b) 15 m
c) 20 m
d) 12 m



10. Cerca de los pueblos de Yauli y Huando pasa la vía del tren. Después de muchas gestiones, los pobladores de ambas localidades consiguen que se construya un paradero, el cual deciden situar a igual distancia de los dos pueblos. Representa gráficamente la situación y señala la ubicación del paradero.



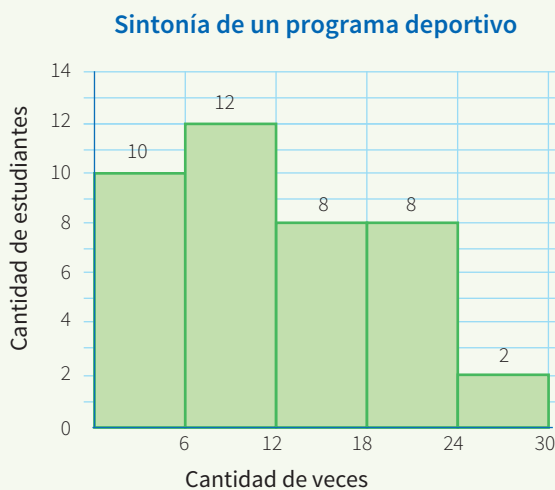


Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Leemos tablas, gráficos de barras y otros, así como diversos textos que contengan medidas estadísticas para interpretar y producir nueva información; además, empleamos procedimientos para determinar la media de datos discretos. También revisamos procedimientos y resultados.

Sintonía de un programa

El siguiente gráfico corresponde a la cantidad de veces que las y los estudiantes del 3.^{er} grado sintonizan un programa deportivo de televisión durante el mes de junio.



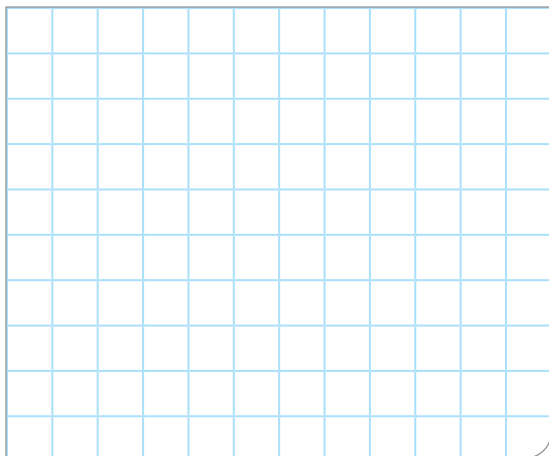
©Shutterstock / ANDINA / Melina Mejía

A partir de lo informado:

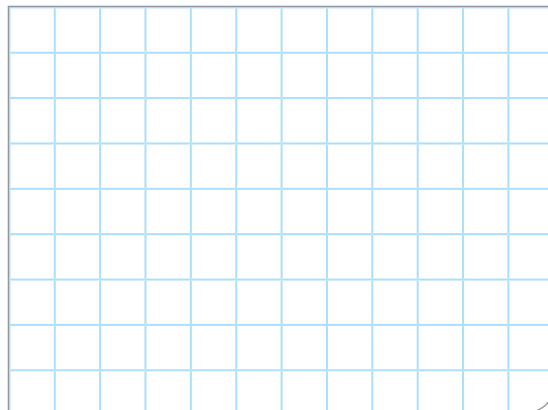
1. ¿Qué cantidad de estudiantes tiene el 3.^{er} grado?
2. ¿Cuál es el promedio de la cantidad de veces que sintonizan las y los estudiantes un programa deportivo durante el mes de junio?

Comprendemos el problema

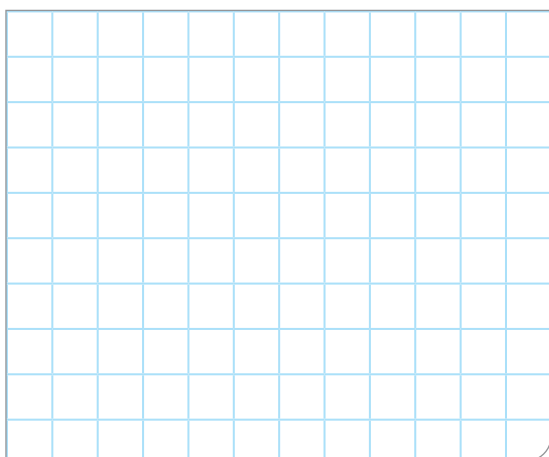
1. ¿De qué trata la situación significativa?



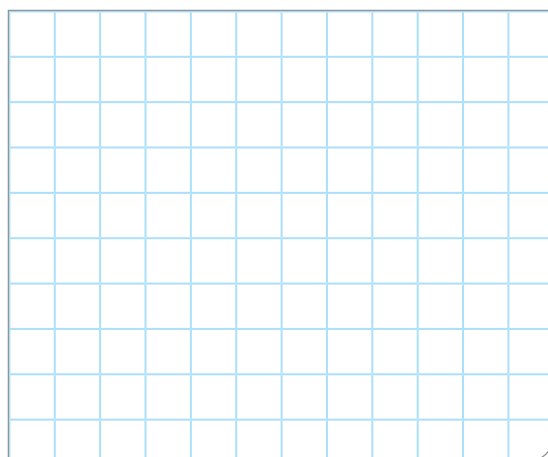
3. ¿Qué representa en el gráfico la cantidad de estudiantes?



2. ¿Qué tipo de gráfico se muestra en la situación significativa? Explica sus características.

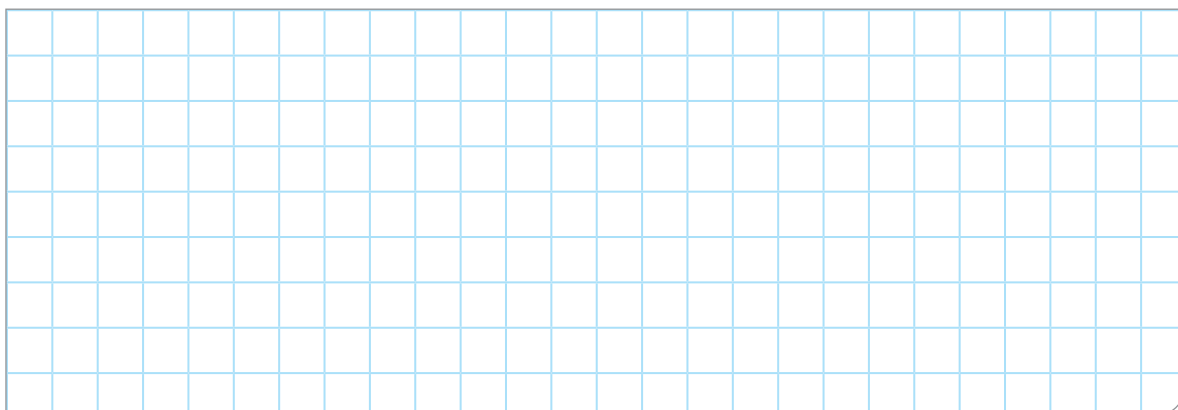


4. ¿Qué representa en el gráfico la cantidad de veces?



Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



Ejecutamos la estrategia o plan

1. Completa la tabla de frecuencias con los datos de la situación significativa.

Cantidad de veces [L _i ; L _s [X _i	f _i
[0; 6[3	10
Total		

2. Luego de completar la tabla, observa la columna que corresponde a la frecuencia absoluta y determina la cantidad de estudiantes que tiene el 3.º grado.

3. Para calcular el promedio (media aritmética), aplicamos la siguiente fórmula:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot f_i}{n}$$

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe el procedimiento realizado en *Ejecutamos la estrategia o plan*.

2. ¿Qué representa el promedio en un conjunto de datos?

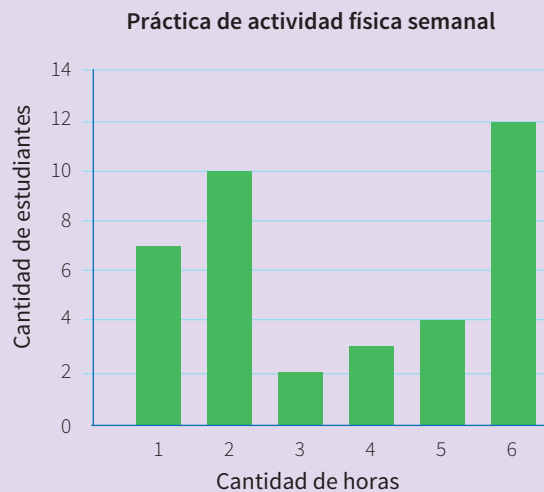


Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Representamos las características de una población mediante variables cuantitativas, así como el comportamiento de los datos de una muestra con medidas de tendencia central; además, planteamos conclusiones sobre una población y las justificamos, y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

El siguiente gráfico de barras corresponde al número de horas semanales que un grupo de estudiantes de tercero de secundaria dedica a la práctica de actividades físicas.



Calcula la media y la mediana de este conjunto de datos y haz una comparación entre ellas.

Resolución

A partir de la lectura del gráfico de barras, elaboramos la tabla de frecuencias:

Cantidad de horas X_i	f_i	$X_i \cdot f_i$
1	7	$7 \times 1 = 7$
2	10	20
3	2	6
4	3	12
5	4	20
6	12	72
Total	38	137

- Calculamos la media aritmética (\bar{x}) que es el promedio de los datos. Para datos no agrupados, se calcula sumando los productos de cada frecuencia absoluta (f_i) por el valor de la variable (X_i) y se divide entre el número de datos:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot f_i}{n}$$

Aplicando la fórmula tenemos:

$$\bar{x} = \frac{7(1) + 10(2) + 2(3) + 3(4) + 4(5) + 12(6)}{38} = \frac{137}{38} \approx 3,6 \text{ horas.}$$

- Calculamos la mediana (Me), que es el valor numérico que ocupa la ubicación central de la muestra, de modo que el 50 % son menores o iguales que ella y el otro 50 % son mayores o iguales que ella.

Ordenamos los datos de menor a mayor:

1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 4; 4; 5; 5; 5; 5; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6; 6.

Como la cantidad de datos es par ($n = 38$), entonces la muestra se reparte en dos grupos de 19 datos cada uno y la mediana es el promedio de los dos datos centrales.

$$Me = \frac{3 + 4}{2} = 3,5 \text{ horas}$$

Finalmente, al comparar encontramos que la media y la mediana se diferencian en solo una décima (0,1).

1. ¿Por qué calculamos la media y la mediana de los datos que se presentan en el gráfico de barras?

2. Considerando que la moda (Mo) es el dato que más se repite, es decir, el que tiene mayor frecuencia absoluta, calcula la moda e interpreta su significado.

Situación significativa B

La siguiente tabla muestra la cantidad de personas, según edad, que se encuentran afiliadas a una asociación del adulto mayor.

Determina la media y la mediana de los datos proporcionados en la tabla.

Edad [L _i ; L _s [f _i
[60; 70[18
[70; 80[14
[80; 90[6
[90; 100]	2

Resolución

Con ayuda de la fórmula para datos agrupados, hallaremos la media. Pero antes completamos la tabla de frecuencias con las columnas que vamos a necesitar:

[L _i ; L _s [X _i	f _i	F _i	X _i · f _i
[60; 70[65	18	18	1170
[70; 80[75	14	32	1050
[80; 90[85	6	38	510
[90; 100]	95	2	40	190
Total		40		2920

- La mediana (Me) para datos agrupados se calcula aplicando la siguiente fórmula:

$$Me = L_i + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i} \right) \cdot A$$

L_i: límite inferior del intervalo de la clase mediana

F_{i-1}: frecuencia absoluta acumulada del intervalo anterior al intervalo de la clase mediana

f_i: frecuencia absoluta del intervalo de la clase mediana

A: amplitud del intervalo

n: número de datos

Identificamos el intervalo de la clase mediana: $\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$, observamos que el dato 20 se encuentra contenido en F₂ = 32. Por lo tanto, la clase mediana es [70; 80[

Reemplazamos y calculamos: $Me = 70 + \left(\frac{\frac{40}{2} - 18}{14} \right) \cdot 10 = 70 + \frac{20}{14} \approx 71,4$ años.

Por tanto, podemos afirmar que, en dicha asociación, el 50 % de las personas afiliadas tienen edades menores o iguales que 71,4 años y el otro 50 % tienen edades iguales o mayores que 71,4 años.

- La media aritmética (\bar{x}) para datos agrupados en intervalos es la suma de los productos de las frecuencias absolutas (f_i) por su marca de clase (X_i), dividida entre el número de datos (n).

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot X_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{2920}{40} = 73 \text{ años}$$

Por lo tanto, el promedio de la edad de las personas afiliadas a la asociación del adulto mayor es 73 años.

- 1.** ¿Qué nos indica en la tabla de frecuencias la edad y cómo están representados?

- 3.** ¿Por qué es importante calcular la frecuencia absoluta acumulada (F_i)?

- 2.** ¿Qué información nos brinda la columna que corresponde a la marca de clase (X_i)?

- 4.** ¿Por qué es importante calcular la marca de clase (X_i)?

Situación significativa C

La tabla de frecuencias muestra la población de una ciudad en relación con sus edades. A partir de la lectura de la tabla, calcula la moda.

Edad	f_i
[0; 10[2 756 259
[10; 20[2 876 709
[20; 30[2 383 378
[30; 40[1 921 716
[40; 50[1 479 675
[50; 60[999 795
[60; 70[644 750
[70; 80[387 911
[80; 90]	152 632
Total	13 602 825

Aprendemos a partir del error

Resolución

- Como estrategia, usamos la fórmula de la moda (M_o) para datos agrupados: $M_o = L_i + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) A$

donde:

$$d_1 = f_{M_o} - f_{M_o-1}$$

$$d_2 = f_{M_o} - f_{M_o+1}$$

- Además:

L_i : límite inferior del intervalo modal

f_{M_o} : frecuencia absoluta del intervalo modal

f_{M_o-1} : frecuencia absoluta anterior al intervalo modal

f_{M_o+1} : frecuencia absoluta posterior al intervalo modal

A: amplitud del intervalo modal

En primer lugar, ubicamos el intervalo modal, que es aquel con la mayor frecuencia absoluta.

Intervalo modal →

$[L_i; L_s[$	f_i
[0; 10[2 756 259
[10; 20[2 876 709
[20; 30[2 383 378
[30; 40[1 921 716
[40; 50[1 479 675
[50; 60[999 795
[60; 70[644 750
[70; 80[387 911
[80; 90]	152 632
Total	13 602 825

- Identificamos lo necesario para calcular la moda de estos datos:

$$L_1 = 20$$

$$f_{Mo} = 2\ 876\ 709$$

$$f_{Mo-1} = 2\ 756\ 259$$

$$f_{Mo+1} = 2\ 383\ 378$$

$$A = 10$$

- Con estos datos calculamos d_1 y d_2 .

$$d_1 = f_{Mo} - f_{Mo-1} = 2\ 876\ 709 - 2\ 756\ 259 = 120\ 450$$

$$d_2 = f_{Mo} - f_{Mo+1} = 2\ 876\ 709 - 2\ 383\ 378 = 493\ 331$$

Luego:

$$Mo = L_1 + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) A = 20 + \left(\frac{120\ 450}{120\ 450 + 493\ 331} \right) \cdot 10$$

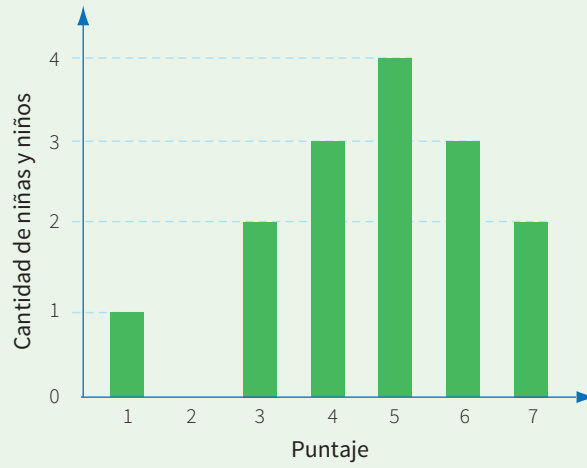
$$Mo = 20 + \left(\frac{120\ 450}{613\ 781} \right) \cdot 10 = 20 + 0,196 \cdot (10) = 21,96$$

Respuesta: Concluimos que la moda de este conjunto de datos es 21,96 años, es decir, aproximadamente 22 años.

- ¿El procedimiento realizado para la resolución de la situación significativa es correcto? Corrige si fuera incorrecto.

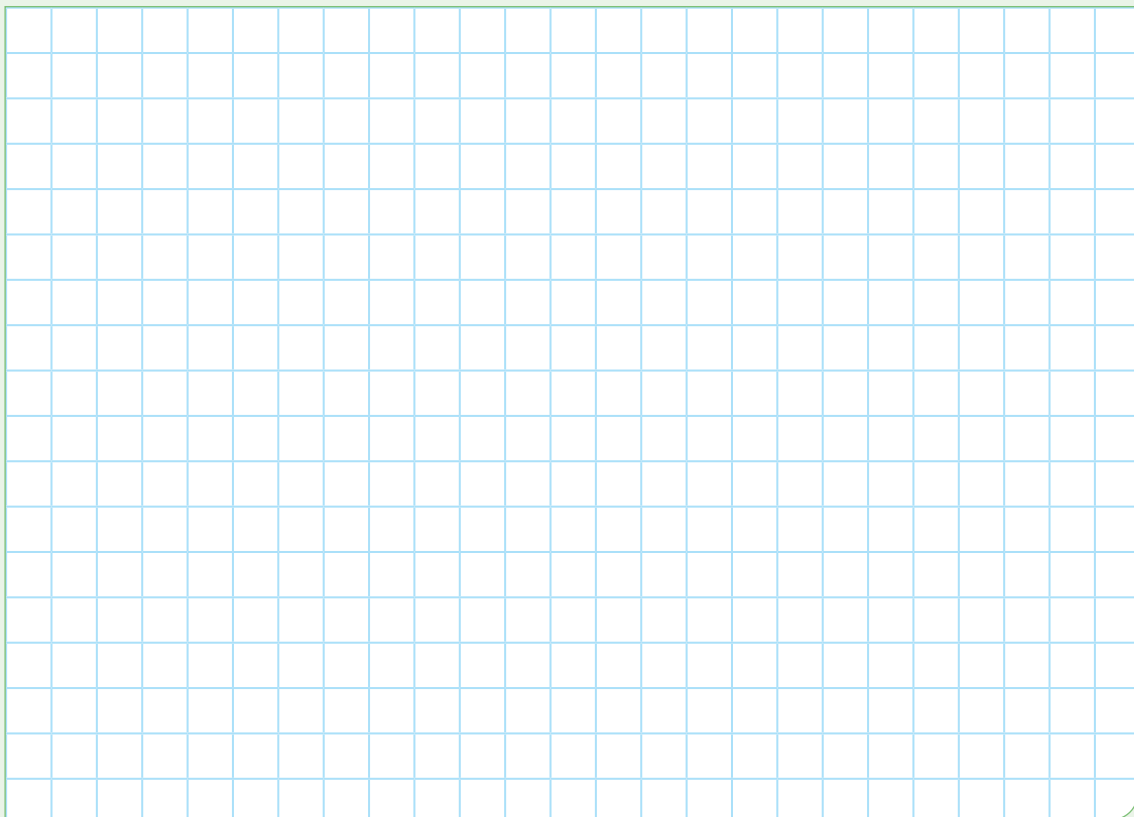
- Se ha determinado que el intervalo modal es el segundo intervalo $[10; 20[$. ¿Será correcto que la moda resulte aproximadamente 22 años?, ¿por qué?

2. El gráfico representa los puntajes obtenidos por 15 niñas y niños en una prueba. ¿Cuál o cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos?



- I) La mediana es 5.
- II) La moda es 5.
- III) La media aritmética (promedio) es aproximadamente 4,73.

- a) Solo II
- b) Solo III
- c) Solo II y III
- d) I, II y III



Empresa de transporte interprovincial

Se contabilizaron las horas de manejo mensuales de conductores de dos empresas de transporte interprovincial. Se obtuvieron las siguientes tablas:

Empresa A

Horas [L _i ; L _s [N.º de conductores
[110; 120[20
[120; 130[30
[130; 140[20
[140; 150]	10

Empresa B

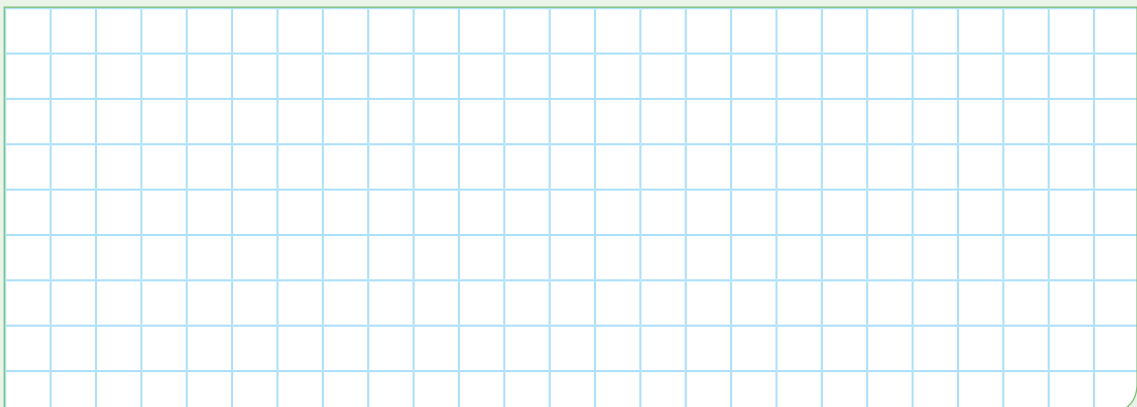
Horas [L _i ; L _s [N.º de conductores
[105; 115[30
[115; 125[50
[125; 135[30
[135; 145]	10

Con esta información, responde las preguntas 3 y 4.

3. Determina la media de las horas de manejo de las dos empresas y señala la afirmación correcta con respecto a dicha medida de centralización.
- a) La media de la empresa A es igual que la media de la empresa B.
 - b) La media de la empresa A es menor que la media de la empresa B.
 - c) La media de la empresa A es mayor que la media de la empresa B.

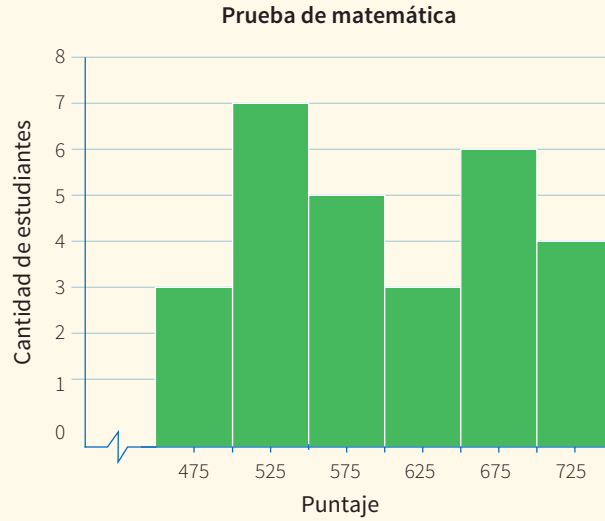


4. Elabora histogramas para representar las horas de manejo de los conductores de cada empresa de transporte interprovincial.



Prueba de matemática

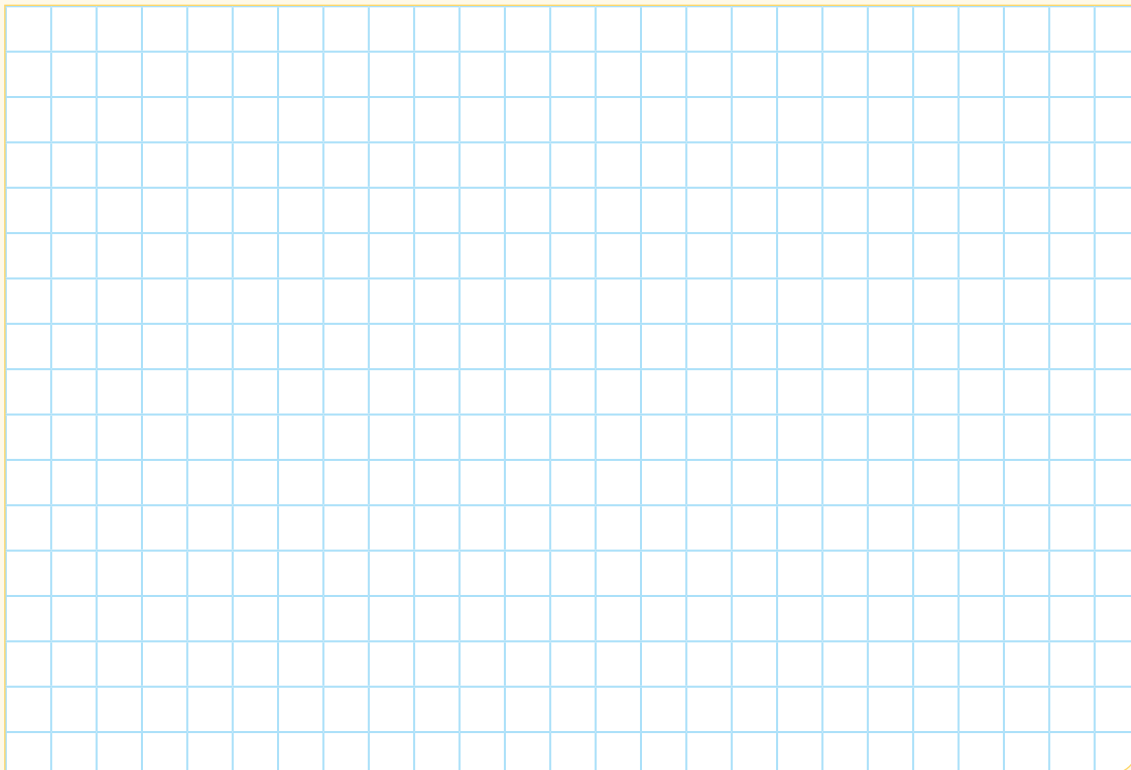
El siguiente gráfico corresponde a los puntajes obtenidos por un grupo de estudiantes en una prueba de matemática.



Con esta información, responde las preguntas 5; 6 y 7.

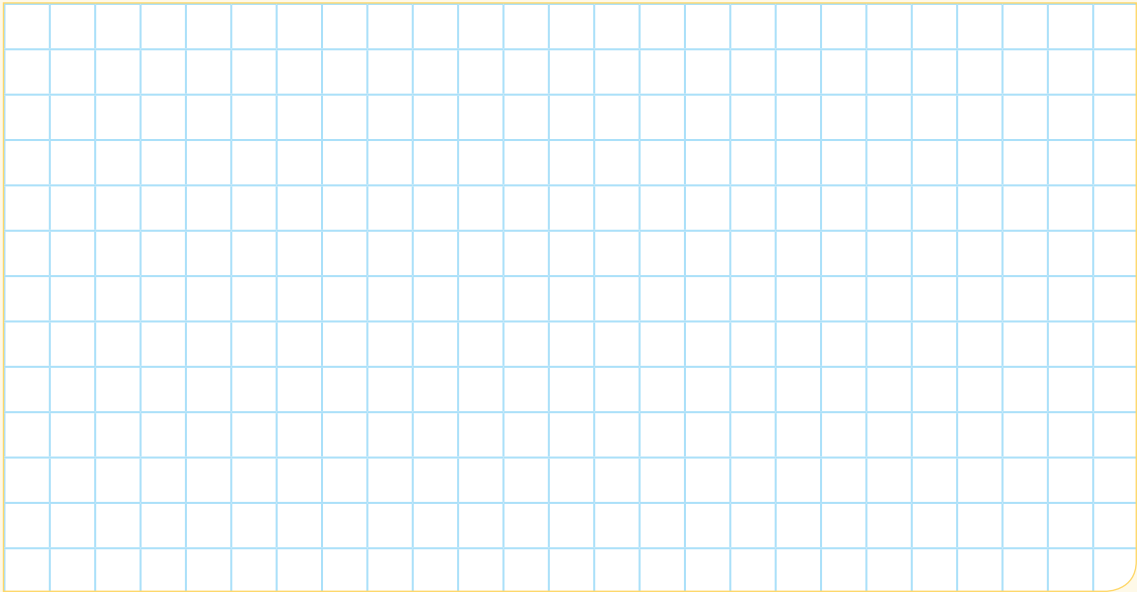
5. Calcula la mediana de los puntajes obtenidos en esta prueba de matemática.

- a) 475 puntos b) 590 puntos c) 600 puntos d) 550 puntos

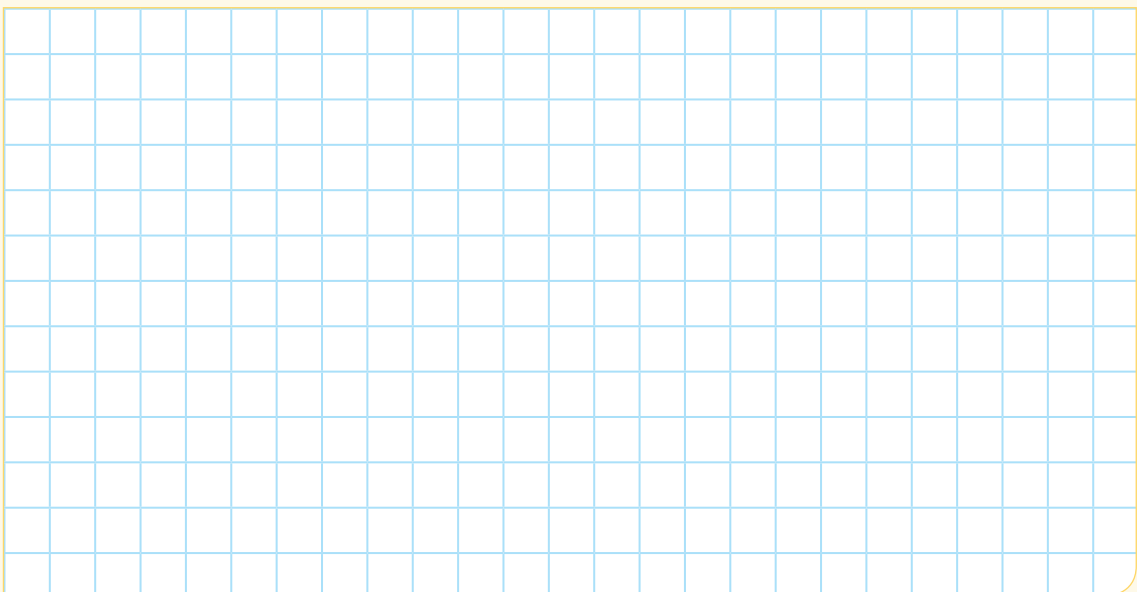


6. Sabiendo que aprobar la prueba de matemática requiere 500 puntos o más, ¿para qué será importante calcular la mediana de este conjunto de datos?

- a) Para saber cuál es el puntaje que permite aprobar esta prueba.
- b) Para saber si la mitad del salón superó el puntaje mínimo aprobatorio.
- c) Para saber si coincide con el puntaje necesario para aprobar.
- d) Para saber cuál es el puntaje que más se repite.



7. Construye una tabla de frecuencias que incluya los intervalos de clase, la frecuencia absoluta de cada clase y las frecuencias absolutas acumuladas. Luego determina la cantidad de estudiantes que rindieron la prueba de aptitud matemática y la cantidad de estudiantes que aprobaron.



8. Veinte números tienen un promedio de 20 y doce de los números tienen un promedio de 8. ¿Cuál es el promedio de los otros ocho números?

a) 12

b) 28

c) 62

d) 38

9. **Tiempo de carreras**

Se han realizado dos cronometrajes (en segundos) a un grupo de 18 atletas en una carrera de 200 metros planos, antes y después de una serie de entrenamientos. Los resultados son los siguientes:

Antes del entrenamiento

21,6	25,5	26,9	26,8	28,7	27,8
23,9	21,1	23,9	21,6	25,5	23,9
25,7	28,9	24,3	27,7	25,3	21,9

Después del entrenamiento

21,6	24,1	25,3	24,4	26,1	24,9
23,4	21,4	23,5	22,5	23,7	22,9
25,1	27,2	24,1	27,2	23,4	21,5

Calcula la media y la mediana de los tiempos que registró el grupo de atletas antes y después de los entrenamientos. Luego compáralos y determina la variación que sufren estas medidas.

- a) La media baja 1,04 s y la mediana, 1,5 s.
- b) La media sube 1,4 s y la mediana, 1,2 s.
- c) La media baja 1,5 s y la mediana sube 1,04 s.
- d) La media y la mediana no sufren variación.

10. La siguiente tabla muestra la distribución del ingreso familiar correspondiente a 80 familias.

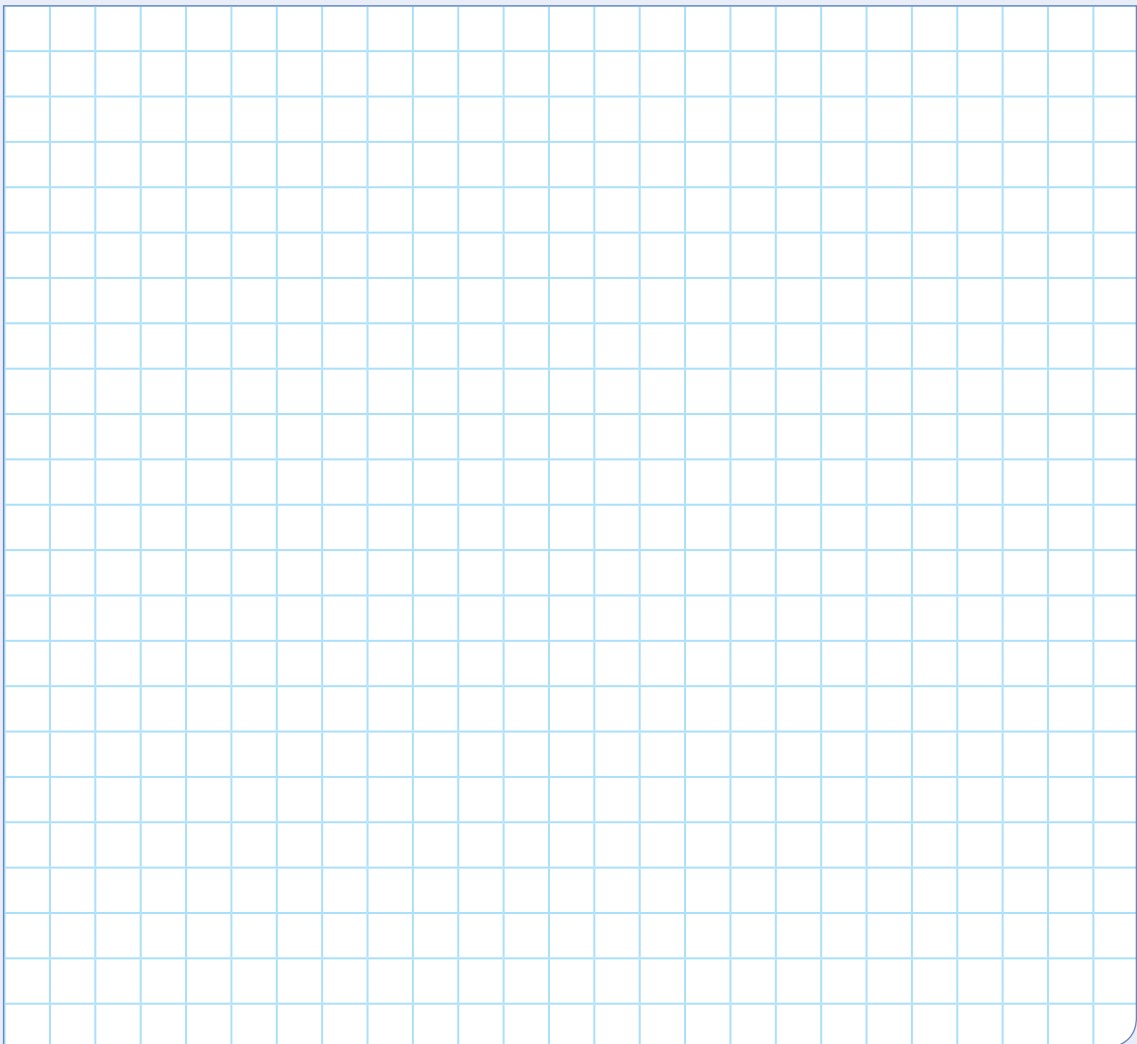
Ingresos (S/) [L _i ; L _s [f _i	F _i	h _i
[160; 170[
[170; 180[48	60	
[180; 190[0,125
[190; 200[0,075
[200; 210]			

f_i: frecuencia absoluta

F_i: frecuencia absoluta acumulada

h_i: frecuencia relativa

- Determina el número de familias que ganan menos de 200 soles.
- Determina la medida de tendencia central más pertinente que represente el ingreso familiar.





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos, condiciones de equivalencia y las transformamos a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen a un sistema de ecuaciones lineales con dos variables. Asimismo, expresamos con lenguaje algebraico y diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas nuestra comprensión de la solución de un sistema lineal para interpretarlo en el contexto de la situación, estableciendo conexiones entre dichas representaciones.

Elegimos un servicio conveniente

Matías desea alquilar juegos de video, razón por la cual visita una tienda y solicita información al respecto. La vendedora le manifiesta que hay dos maneras de usar el servicio y le detalla:

Primera forma: “Si se inscribe como socio de la tienda, pagará una cuota anual de veinte soles y por cada alquiler pagará cinco soles”.

Segunda forma: “Pagar diez soles por cada alquiler sin la necesidad de inscribirse como socio”.



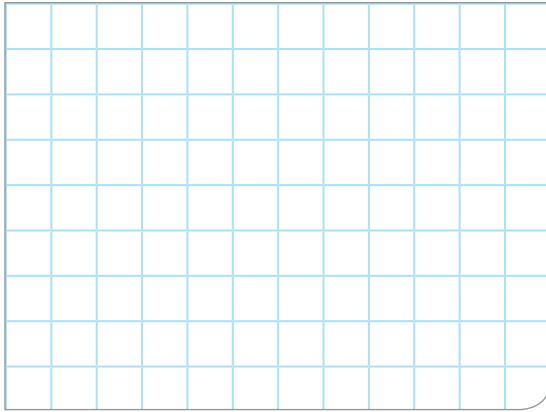
Fuente: <https://goo.gl/QS4VEq>

A partir de lo informado:

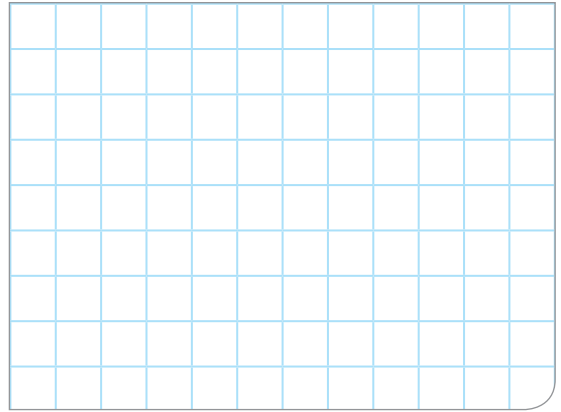
1. ¿Cuál es la cantidad de juegos que debe alquilar Matías para que cancele el mismo monto en las dos formas de usar el servicio?
2. Determina las expresiones matemáticas que modelen a las dos formas de usar el servicio.

Comprendemos el problema

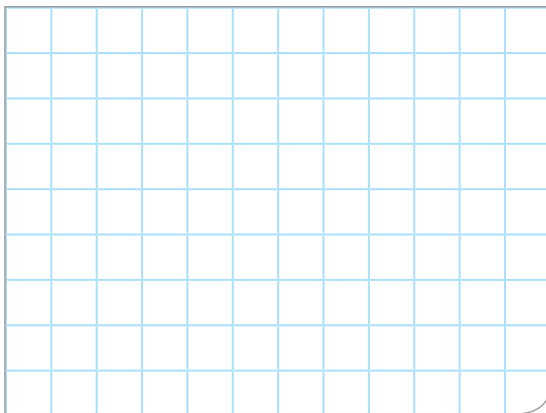
1. ¿Qué nos pide hallar la situación significativa?



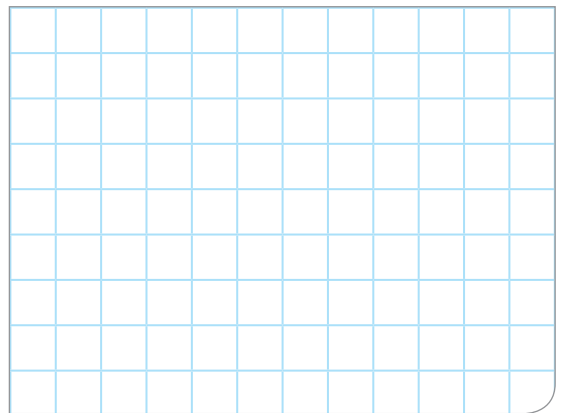
3. Explica qué significa “inscribirse como socio”.



2. ¿Qué datos nos proporciona la situación significativa?



4. ¿Qué conocimientos matemáticos necesita Matías para solucionar el reto de la situación significativa?



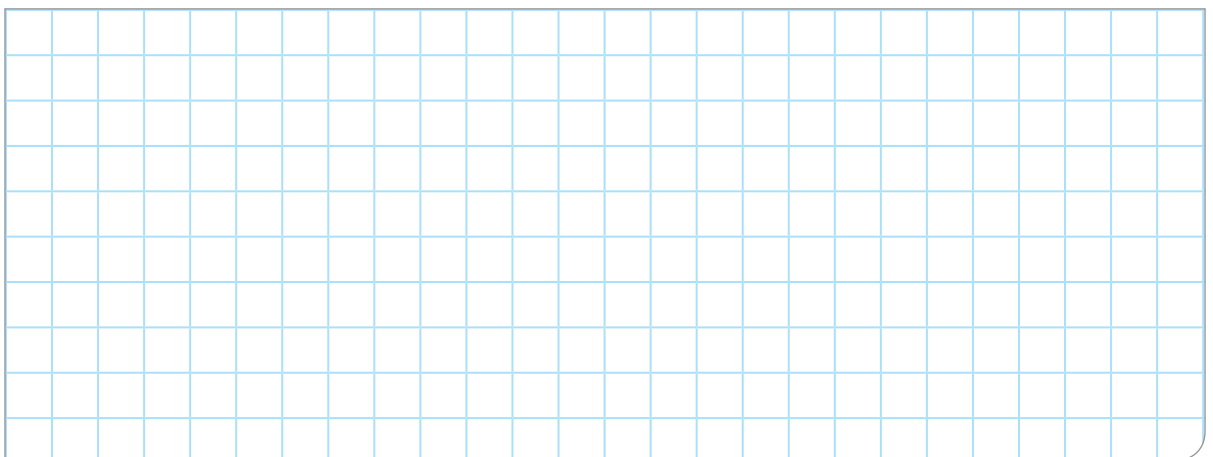
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. ¿Qué estrategia utilizarías para organizar los datos encontrados en la situación significativa?

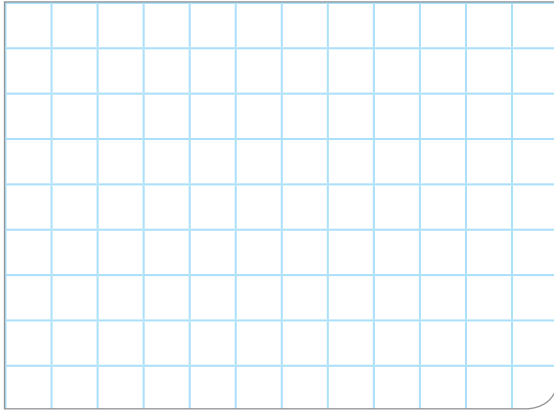
a) Diagramas de Venn

b) Diagramas tabulares

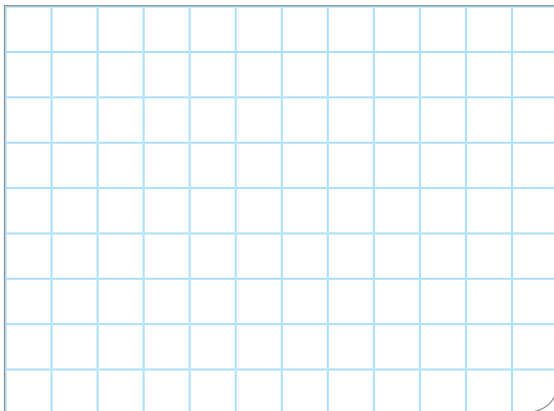
c) Planos cartesianos



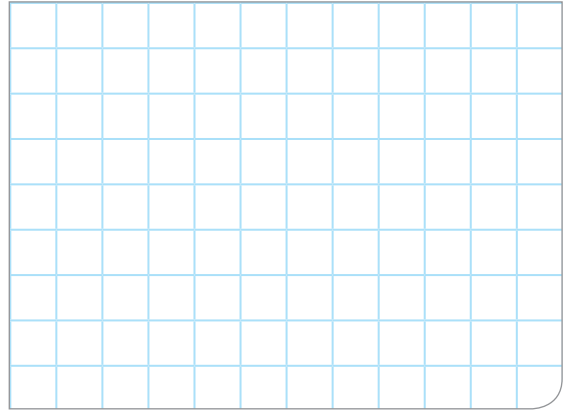
4. Con ayuda de las TIC, haciendo uso del *software* GeoGebra, grafica las dos ecuaciones anteriormente halladas. Copia los gráficos que obtienes:



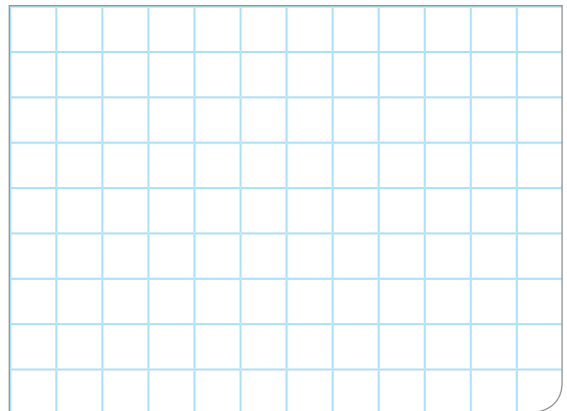
5. ¿Cuáles son las coordenadas del punto de intersección de las dos rectas?



6. ¿Cuál es el número de juegos que debe alquilar Matías para pagar el mismo monto en las dos formas? ¿Cuánto es este monto?

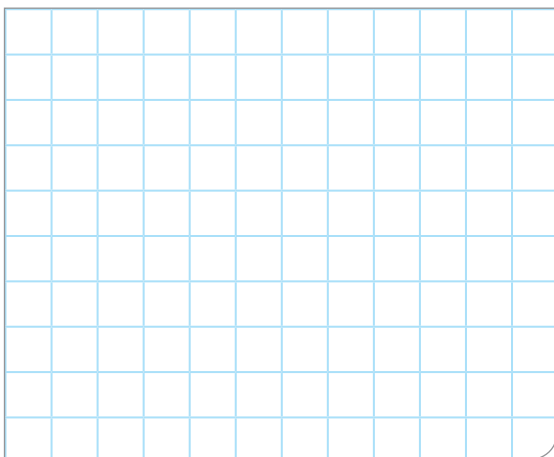


7. Resuelve el sistema de ecuaciones lineales por el método que consideres más adecuado.

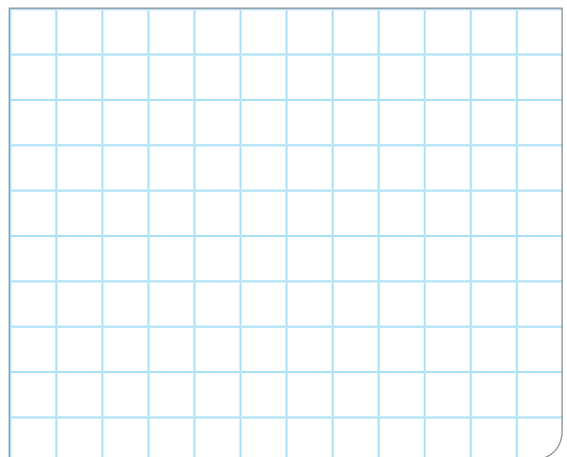


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Cuál de las formas le conviene a Matías si quiere alquilar más de 4 juegos? ¿Por qué?



2. ¿Cómo verificas si los resultados obtenidos son correctos?





Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Seleccionamos y empleamos estrategias heurísticas, métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos para determinar términos desconocidos y solucionar sistemas de ecuaciones lineales. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos la relación de correspondencia entre dos o más sistemas de ecuaciones y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

Olga desea ponerse en forma y llegar a su peso recomendado. Por ello, va a pedir informes a dos gimnasios donde le brindan la siguiente información:

GIMNASIO A

Derecho de inscripción: S/150,00

Mensualidad: S/100,00

GIMNASIO B

Derecho de inscripción: S/350,00

Mensualidad: S/50,00

Olga evalúa ambas posibilidades y desea saber cuántos meses debe asistir al gimnasio para pagar el mismo monto en cualquiera de los dos.

Resolución

- Determinamos con variables el número de meses y el monto a pagar:
Sea x : el número de meses
Sea y : el monto que se paga
- Luego se definen las ecuaciones:
Para el gimnasio "A": $y = 150 + 100x$
Para el gimnasio "B": $y = 350 + 50x$
- Resolvemos el sistema lineal con el método de igualación:
 $y = y$
 $150 + 100x = 350 + 50x$
 $50x = 200 \rightarrow x = 4$ meses
- Hallamos "y" reemplazando en cualquiera de las dos ecuaciones el valor de "x" ($x = 4$):
 $y = 150 + 100 \cdot (4)$
 $y = 150 + 400 \rightarrow y = 550$ soles

Respuesta: Para pagar lo mismo en cualquiera de los dos gimnasios, debe asistir 4 meses. En ese tiempo, el pago sería de 550 soles.

- Describe el procedimiento utilizado en la resolución de la situación significativa.

- ¿Existe alguna otra forma de dar respuesta a las preguntas de la situación significativa?

- ¿Qué gimnasio le conviene a Olga si quiere asistir más de 4 meses? ¿Por qué?

Situación significativa C

Por la compra de tres cuadernos más nueve CD, un estudiante de tercero de secundaria paga treinta y tres soles. Asimismo, por nueve cuadernos más tres CD, paga cincuenta y un soles. Si se trata del mismo tipo de cuaderno y la misma calidad de CD, ¿cuánto le costó cada cuaderno y cada CD?

Aprendemos a partir del error

Resolución

- Representamos de la siguiente manera:
x: precio de cada cuaderno
y: precio de cada CD
- Planteamos las ecuaciones para las dos situaciones:

$$9x + 3y = 33 \dots\dots\dots \text{Ecuación 1}$$

$$3x + 9y = 51 \dots\dots\dots \text{Ecuación 2}$$

- Resolvemos por el método de reducción, multiplicamos por (-3) a la ecuación 2:

$$9x + 3y = 33$$

$$(3x + 9y = 51) \cdot (-3)$$

$$9x + 3y = 33$$

$$-9x - 27y = -153$$

$$-24y = -120$$

$$y = 5$$

- Hallamos el valor de "x" reemplazando $y = 5$ en la ecuación 1:

$$9x + 3y = 33$$

$$9x + 3 \cdot (5) = 33$$

$$9x = 18$$

$$x = 2$$

Respuesta: Cada cuaderno cuesta 2 soles y cada CD, 5 soles.

- ¿Los resultados obtenidos nos permiten dar respuesta a la pregunta de la situación significativa? Comprueba con los siguientes enunciados:

"Por tres cuadernos más nueve CD, se paga treinta y tres soles".

"Por nueve cuadernos más tres CD, se paga cincuenta y un soles".

- Si las ecuaciones no son correctas, ¿dónde se cometió el error?

- ¿Cómo se comprueba si los resultados de un sistema de ecuaciones son correctos?



Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos, condiciones de equivalencia y las transformamos a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen a un sistema de ecuaciones lineales con dos variables. Además, expresamos con lenguaje algebraico y diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas nuestra comprensión de la solución de un sistema lineal para interpretarlo en el contexto de la situación, estableciendo conexiones entre dichas representaciones; seleccionamos y empleamos estrategias heurísticas, métodos gráficos, recursos y procedimientos matemáticos para determinar términos desconocidos y solucionar sistemas de ecuaciones lineales. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos la relación de correspondencia entre dos o más sistemas de ecuaciones y corregimos errores si los hubiera.

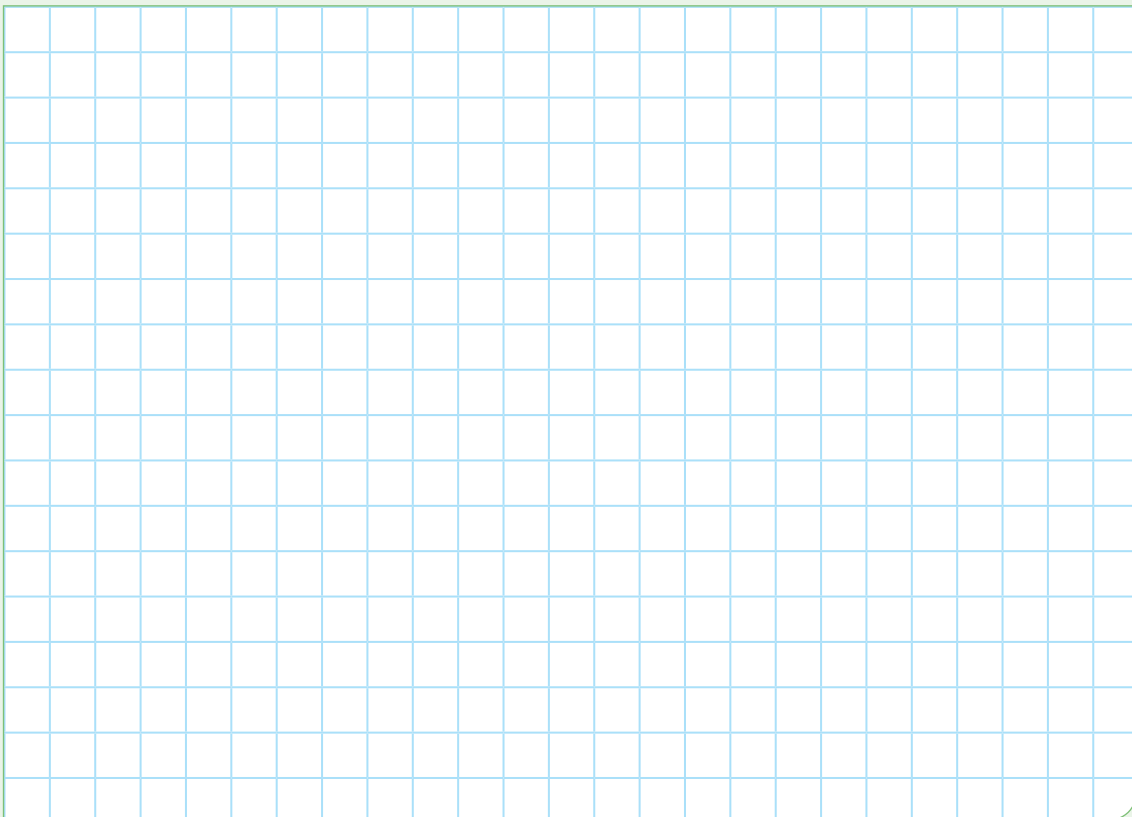
1. En las olimpiadas de Matemática, Rocío representó a su colegio. La prueba consistía en 60 problemas. Cada respuesta correcta valía 4 puntos y por cada respuesta incorrecta había un punto en contra. Luego del examen, Rocío obtuvo un puntaje de 155. Ella respondió todas las preguntas y desea saber cuántas fueron correctas y cuántas incorrectas.

a) 40 correctas y 17 incorrectas

b) 34 correctas y 10 incorrectas

c) 43 correctas y 15 incorrectas

d) 43 correctas y 17 incorrectas



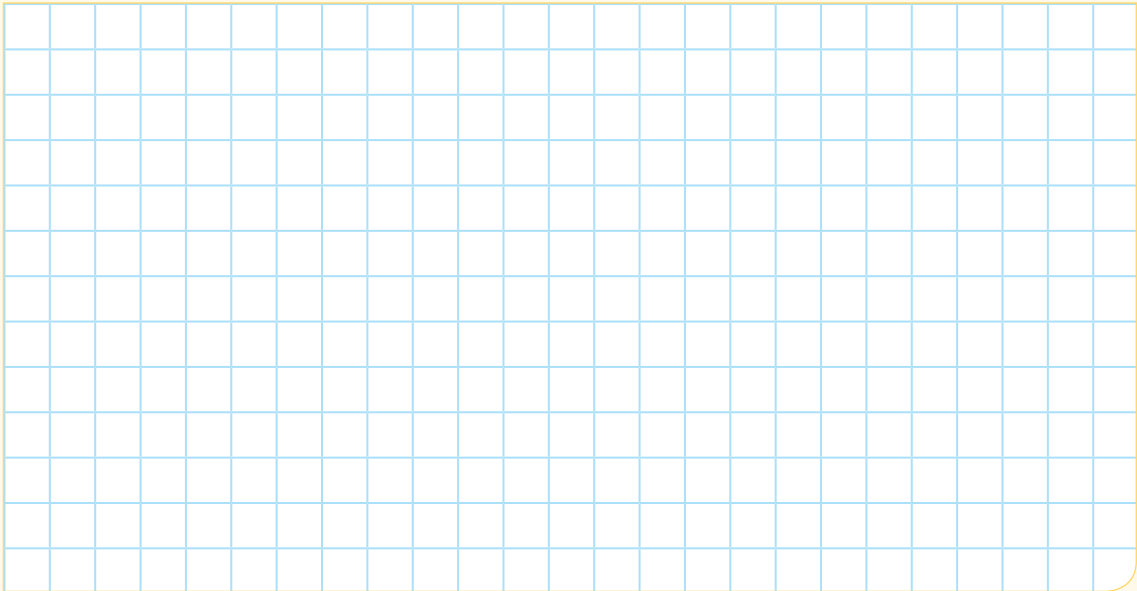
5. Manuel y Karla, dos estudiantes de segundo grado de secundaria, se presentaron al concurso de admisión del COAR (Colegio de Alto Rendimiento). En la prueba escrita, que constó de veinte preguntas, los dos postulantes respondieron la totalidad de las interrogantes; sin embargo, Karla obtuvo sesenta y cinco puntos, mientras que Manuel, treinta puntos. Sabiendo que Karla tuvo quince respuestas correctas y Manuel, diez respuestas incorrectas, grafica el sistema de ecuaciones que representa cómo obtuvieron sus puntajes y determina cuál es el valor de cada respuesta correcta y de cada respuesta incorrecta.

a) 4; -2

b) 3; -1

c) 5; -2

d) 6; -2



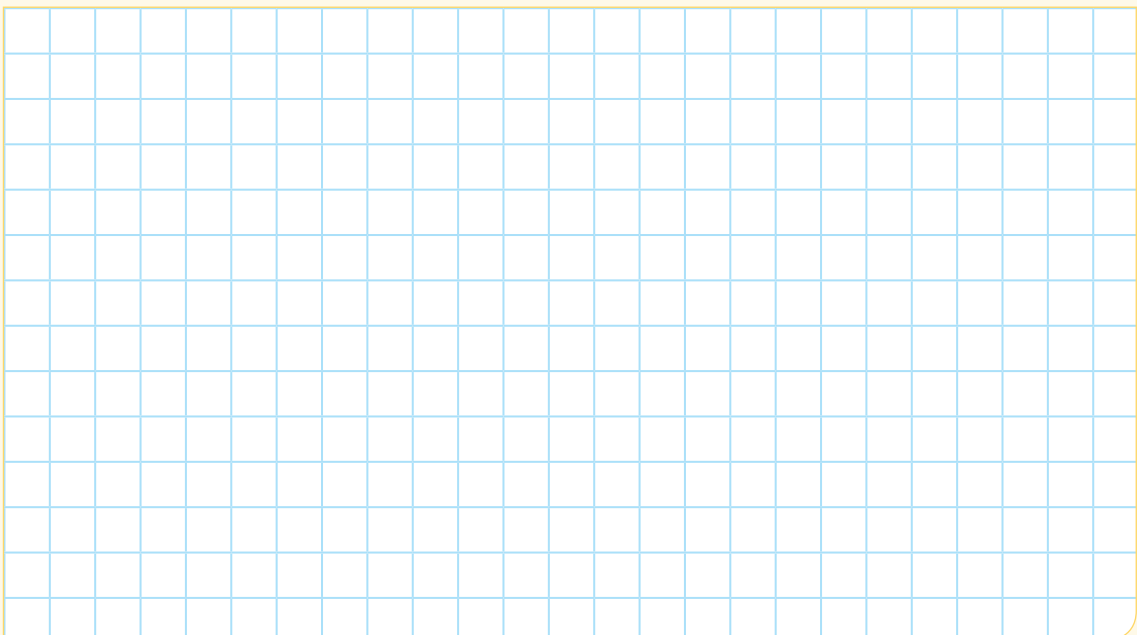
6. Miguel y Francisco deben pagar una deuda que suma S/3560. Si el doble de lo que debe Miguel menos lo que debe Francisco asciende a S/2260, ¿cuánto es la deuda de cada uno?

a) S/1940; S/1620

b) S/1900; S/1660

c) S/1860; S/1720

d) S/1930; S/1630



7. La promoción de estudiantes del quinto grado B está reuniendo fondos para un viaje de estudios. Por eso han decidido presentar la obra *Hamlet*. La entrada para adultos tendrá un costo de 25 soles y para niños, la mitad de dicho costo. El día de la presentación el ingreso para la promoción fue de 1050 soles y asistieron un total de 48 personas.

Para que el delegado rinda el balance económico, necesita conocer cuántos adultos y cuántos niños asistieron.

Completa la siguiente tabla e indica la respuesta.

Asistentes		Ingreso		Total S/1050
Adultos	Niños	Adulto: S/25	Niños: S/12,5	
40	8	$(40) \cdot (25) = 1000$	$(8) \cdot (12,5) = 100$	1100
38		$(38) \cdot (25) =$	$(10) \cdot (12,5) =$	
	12	$(36) \cdot (25) =$	$(12) \cdot (12,5) =$	

¿Cuántos adultos asistieron el día de la presentación?

8. La mitad del valor en soles de la moneda A (del país "A") más la tercera parte del valor en soles de la moneda B (del país "B") es igual a siete soles. Además, la diferencia entre los valores en soles de las monedas A y B es cuatro soles.

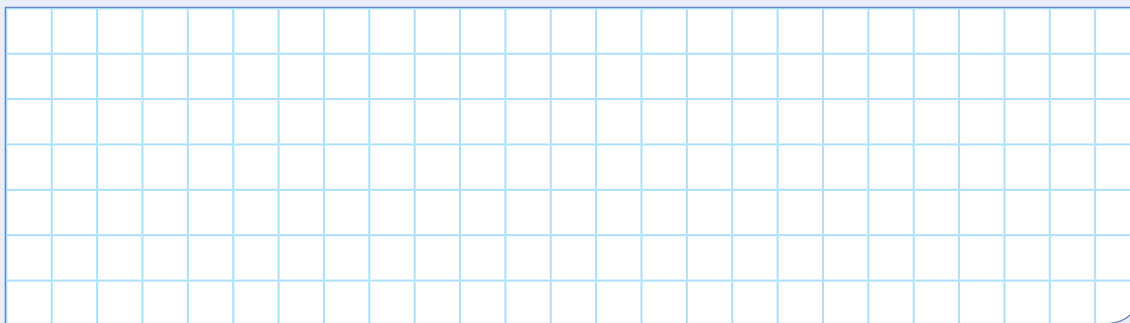
Representa la situación dada con un sistema de ecuaciones lineales, resuelve aplicando cualquiera de los métodos de resolución y determina el valor en soles de la moneda A y de la moneda B.

a) $A = S/2$; $B = S/3$

b) $A = S/7$; $B = S/4$

c) $A = S/6$; $B = S/10$

d) $A = S/10$; $B = S/6$



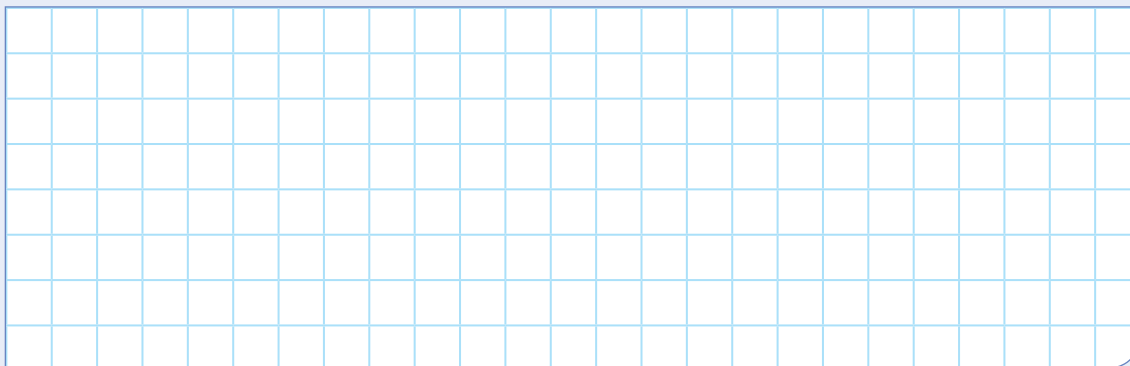
9. Dos estudiantes del tercer grado se preparan para la olimpiada de matemática. En un tiempo libre, uno de ellos reta al otro: "encuentra un número de dos cifras sabiendo que su cifra de la decena suma 5 con la cifra de su unidad y que, si se invierte el orden de sus cifras, se obtiene un número que es igual al primero menos 27". ¿Cuál es la solución al reto?

a) 39

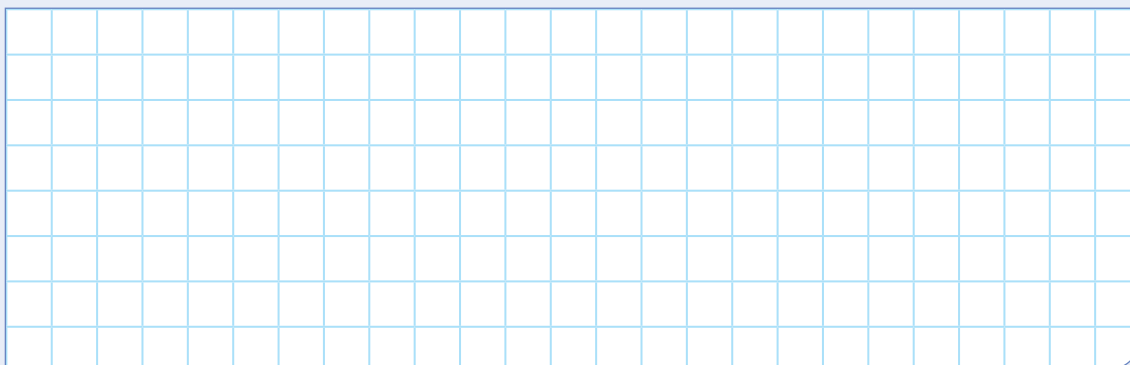
b) 40

c) 41

d) 42



10. Encuentra una ecuación de modo que junto con la ecuación $7x + 5y = 20$ formen un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas cuya solución sea $(5; -3)$.





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y acciones referidas a comparar e igualar cantidades, las transformamos en expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias o decimales. Asimismo, empleamos estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con números racionales y simplificamos procesos usando las propiedades de las operaciones, según se adecúen a las condiciones de la situación.

El planeta Marte

Según los historiadores, el ser humano conoce el planeta rojo desde hace 4500 años, cuando los asirios registraron sus extraños movimientos en el cielo.

La ilusión de encontrar vida en Marte o poblarlo ha llevado a investigar este planeta. Se han encontrado los siguientes datos de Marte, los cuales se comparan con los de la Tierra en la presente tabla:



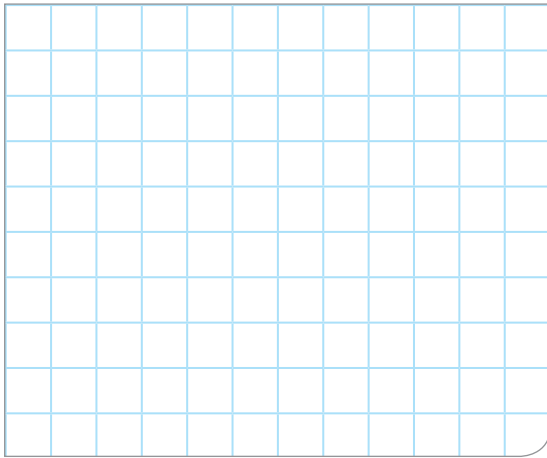
Datos básicos	Marte	Tierra
Tamaño: radio ecuatorial	3397 km	6378 km
Distancia media al Sol	227 940 000 km	149 600 000 km
Día: periodo de rotación sobre el eje	24,62 horas	23,93 horas
Año: órbita alrededor del Sol	686,98 días	365,256 días
Temperatura media superficial	-63 °C	15 °C
Gravedad superficial en el ecuador	3,72 m/s ²	9,78 m/s ²

Fuente: <https://goo.gl/pgjGhm>

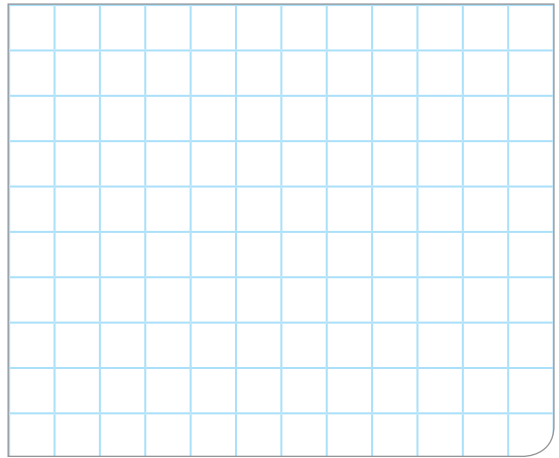
1. ¿Cuál de estos dos planetas tiene el diámetro ecuatorial más grande?
2. ¿Qué medida tiene el perímetro ecuatorial de Marte con aproximación a los milésimos?
3. ¿Cuánto mide el perímetro ecuatorial de la Tierra aproximado a los milésimos?
4. ¿Cuál es la relación entre los perímetros ecuatoriales de los planetas?

Comprendemos el problema


1. ¿Qué datos te proporciona la tabla?



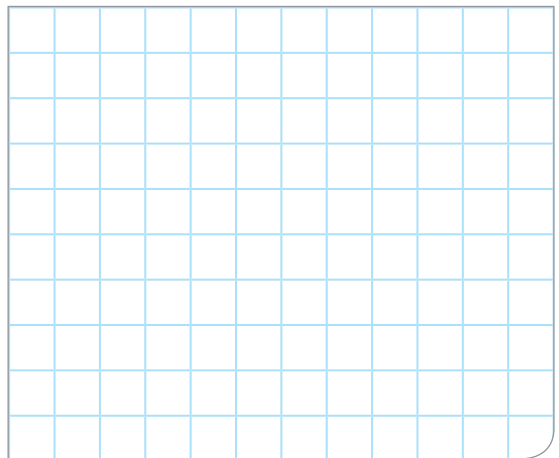
3. ¿Qué valor tiene el radio ecuatorial de Marte?



2. ¿Qué te solicita la situación significativa?

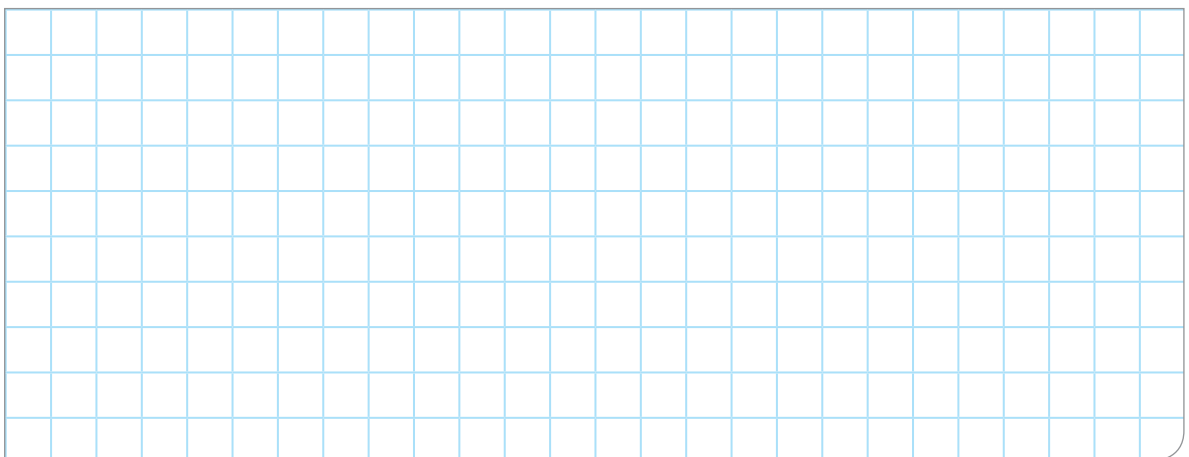


4. ¿Qué valor tiene el radio ecuatorial de la Tierra?



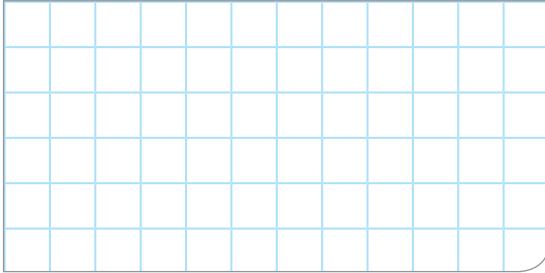
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

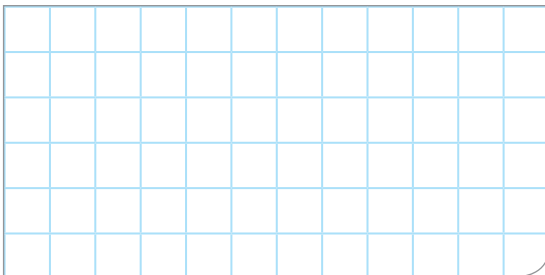


Ejecutamos la estrategia o plan

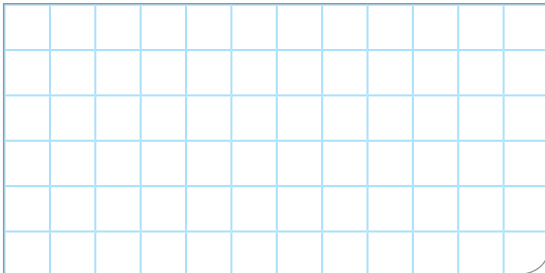
1. Multiplica por 2 el valor del radio ecuatorial de cada planeta y obtendrás el diámetro ecuatorial correspondiente a cada uno de ellos.



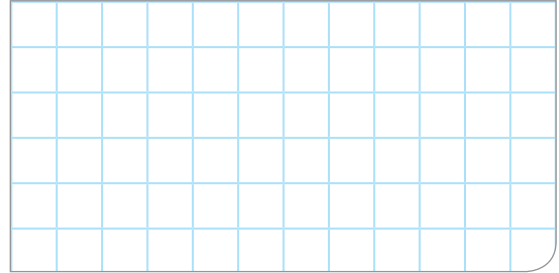
2. Responde la primera pregunta de la situación significativa.



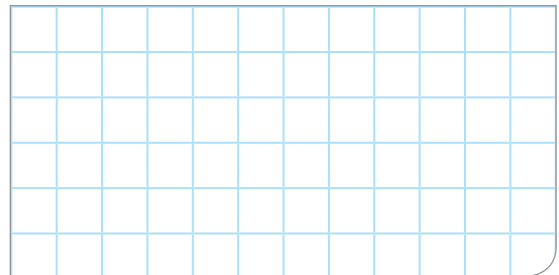
3. Organiza la información que te ayudará a responder la segunda y tercera pregunta de la situación significativa en una tabla.



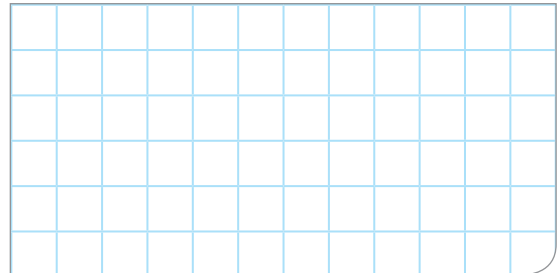
4. Expresa matemáticamente el perímetro ecuatorial de cualquier planeta.



5. Responde la segunda y tercera pregunta de la situación significativa (considera $\pi \approx 3,14$).




6. Responde la cuarta pregunta de la situación significativa.

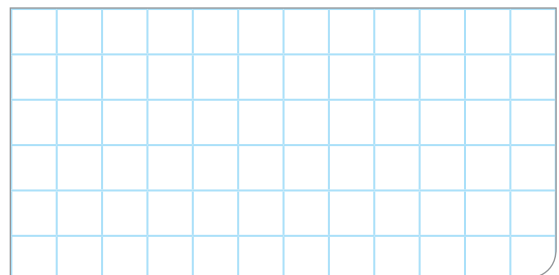


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe el procedimiento realizado en *Ejecutamos la estrategia o plan*.



2. ¿Por qué es importante realizar aproximaciones de un número decimal?



Situación significativa B

José, joven andahuaylino becado por PRONABEC en Estados Unidos, se preparó para ir a Canadá como estudiante de intercambio intercultural durante tres meses. Él necesitaba cambiar dólares estadounidenses (USD) en dólares canadienses (CAD).

José se enteró de que el tipo de cambio entre el dólar estadounidense y el dólar canadiense era de $1 \text{ USD} \equiv 1,25 \text{ CAD}$.

José cambió 2203 dólares estadounidenses en dólares canadienses con este tipo de cambio.

Al volver a Estados Unidos, tres meses después, a José le quedaban 358 dólares canadienses. Cuando los cambió en dólares estadounidenses, se dio cuenta de que el tipo de cambio había variado a $1 \text{ USD} \equiv 0,95 \text{ CAD}$.

- ¿Cuánto dinero recibió en dólares estadounidenses?
- ¿Favoreció a José que el tipo de cambio fuese de 1,05 CAD en lugar de 1,25 CAD cuando cambió los dólares canadienses que le quedaban por dólares estadounidenses? Da una explicación que justifique tu respuesta.

Adaptado de <https://goo.gl/u8GSeV>

Resolución

- Realizamos la conversión de monedas, de dólares canadienses a dólares estadounidenses, es decir:

$$1 \text{ CAD} \equiv 0,95 \text{ USD}, \text{ entonces: } 358 \times 0,95 = 340,10 \text{ USD}$$

Respuesta 1: Por 358,00 CAD recibió 340,10 USD.

- El cambio de monedas se mantiene en $1 \text{ USD} \equiv 1,25 \text{ CAD}$, es decir, que $1 \text{ CAD} \equiv 0,80 \text{ USD}$. Entonces la cantidad de dólares estadounidenses que recibe por 358 dólares canadienses es: $358 \times 0,8 = 286,40 \text{ USD}$.

- Comparando ambas cantidades tenemos:

$$340,10 - 286,40 = 53,70 \text{ USD}$$

Respuesta 2: Sí favorece a José, porque al disminuir el tipo de cambio recibió 53,70 dólares estadounidenses más por sus dólares canadienses.

- Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación significativa.

- ¿Qué estrategia se utilizó para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa?

- ¿De qué otra forma se puede dar respuesta a las preguntas de la situación significativa?



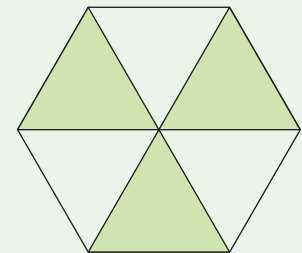
Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Expresamos con lenguaje numérico nuestra comprensión sobre las operaciones con números racionales, usamos este entendimiento para interpretar las condiciones de un problema en contexto y establecemos relaciones entre datos y acciones referidas a comparar e igualar cantidades, las transformamos en expresiones numéricas (modelos) que incluyen operaciones con expresiones fraccionarias o decimales. También empleamos estrategias de cálculo y procedimientos diversos para realizar operaciones con números racionales, y simplificamos procesos usando las propiedades de las operaciones que se adecúan a las condiciones de la situación. Planteamos afirmaciones sobre las propiedades de las operaciones con números racionales, justificamos dichas afirmaciones usando ejemplos y propiedades de los números y operaciones, y comprobamos la validez de las afirmaciones.

1. Susana camina por un pasaje que mide 25,92 m de largo; ya ha recorrido 8,75 m. Si en cada paso avanza 0,505 m, ¿cuántos pasos tendrá que dar para recorrer los metros que le faltan?

a) 33,5 pasos b) 34 pasos c) 30 pasos d) 17,33 pasos

2. Un parque hexagonal está conformado por seis áreas en forma de triángulo equilátero, tal como se muestra en la figura. Las tres áreas no sombreadas se destinarán para juegos y las otras tres serán jardines. Sabiendo que el lado de cada triángulo equilátero es de 8 m, ¿en cuál de los siguientes intervalos se encuentra el área total de los jardines, aproximadamente?



a) [26,5 ; 28,5] c) [80,1 ; 86,1]
b) [70,6 ; 74,6] d) [100,3 ; 105,3]

3. La capacidad de almacenamiento de los discos duros de las computadoras se mide en *gigabytes* (GB). Se sabe que una computadora tiene dos discos duros de 286,33 GB y 460,4 GB. ¿Cuál es la capacidad total de almacenamiento que tiene dicha computadora?

- a) 33,237 GB b) 746,73 GB c) 7,4673 GB d) 332,37 GB

4. Envases de bebidas

Una empresa embotelladora lanza al mercado la nueva bebida *Peruinka*, en presentaciones de $\frac{1}{4}$ litro, $\frac{1}{2}$ litro, 1 litro, $1\frac{1}{2}$ litros y 2 litros.

Para acceder a los precios de introducción, la empresa pone como condición a sus clientes mayoristas un pedido mínimo de 1500 litros, despachada la tercera parte en envases de 2 litros y la mitad en envases de $1\frac{1}{2}$ litros.

El precio de venta de la bebida *Peruinka*, según los envases, se observa en el siguiente cuadro:

Envase	Precio
$\frac{1}{4}$ litro	S/0,50
$\frac{1}{2}$ litro	S/1,20
1 litro	S/2,00
$1\frac{1}{2}$ litros	S/2,50
2 litros	S/3,50

Calcula lo que debe pagar una persona que compra 1500 litros en bebidas *Peruinka*, si el resto del pedido lo solicita en botellas de $\frac{1}{4}$ litro.

5. En la fábrica de lácteos “El Granjero”, para la nueva presentación de leche chocolatada, eligen un envase cilíndrico entre tres propuestas de envases con las medidas que se muestran.

Propuestas	Radio	Altura
A	4,2 cm	5 cm
B	3,5 cm	6 cm
C	2,7 cm	9 cm

Se sabe que el envase elegido debe contener, aproximadamente, 225 mL. ¿Cuál de los envases propuestos es el que más se acerca al buscado para la leche chocolatada? ($1 \text{ mL} \equiv 1 \text{ cm}^3$)

- a) Envase A b) Envase B c) Envase C d) Faltan datos

6. Los estándares internacionales fijan los límites de tolerancia de las medidas de los neumáticos. En la siguiente tabla, se muestran los límites de tolerancia para el ancho y el diámetro de los neumáticos del tractor agrícola.

Ancho	Diámetro
-2 % hasta +4 %	-1 % hasta +1,5 %

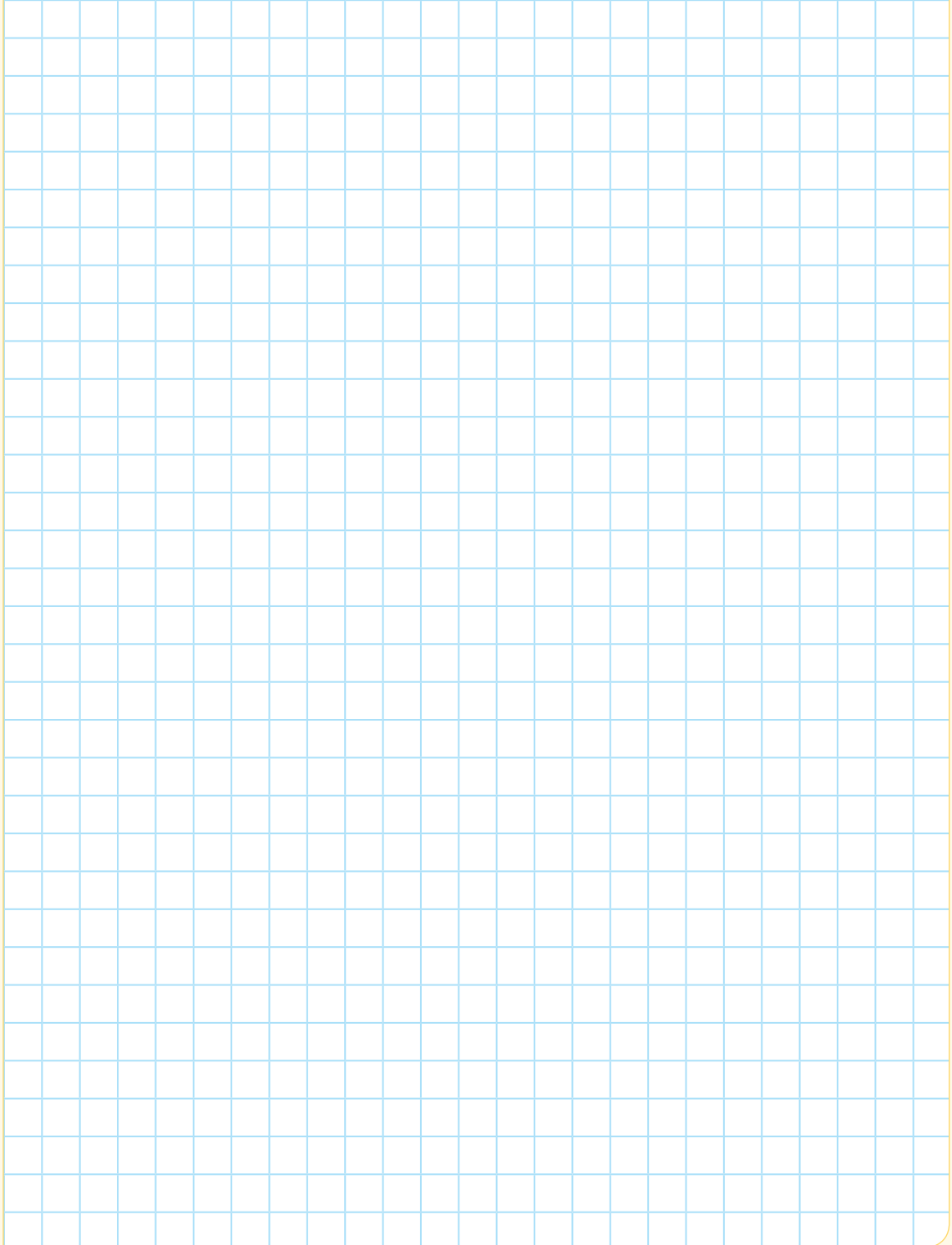


Dados los límites anteriores, calcula el intervalo de tolerancia del ancho y del diámetro para el neumático que se muestra en la figura de la derecha, cuyas medidas de fabricación son:

Ancho: 443,00 mm y diámetro: 1654,00 mm

- a) Ancho: [442,98 ; 443,04]; diámetro: [1653,99 ; 1654,02] c) Ancho: [441,00 ; 447,00]; diámetro: [1653,99 ; 1654,02]
 b) Ancho: [434,14 ; 460,72]; diámetro: [1637,46 ; 1678,81] d) Ancho: [438,57 ; 443,40]; diámetro: [1653,00 ; 1655,50]

7. En relación con los neumáticos, desde que están nuevos, la dilatación media (estiramiento) del diámetro y del ancho del neumático posterior de un tractor agrícola es de 0,5 % cada ocho meses; esto se debe al trabajo regular que realiza o a las condiciones ambientales. Determina el tiempo de vida útil que tiene dicho neumático antes de exceder los límites de tolerancia establecidos para el ancho en el problema anterior.



8. El bramante

—¿Más cordel? —preguntó la madre, sacando las manos de la tina en que lavaba—. Ayer mismo te di un buen ovillo. ¿Para qué necesitas tanto? ¿Dónde lo has metido?

—¿Dónde lo he metido? —contestó su hijo—. Primero cogiste la mitad para atar los paquetes de ropa blanca, y la mitad de lo que quedó se la llevó Tom para pescar.

—Debes ser condescendiente con tu hermano mayor —dijo la madre.

—Lo fui. Quedó muy poquito y de ello cogió papá la mitad para arreglarse los tirantes que se habían roto. Luego María necesitó dos quintos del resto, para atar no sé qué...

—¿Qué has hecho con el resto del cordel? —preguntó la madre.

—¿Con el resto? ¡No quedaron más que 30 cm!

¿Qué longitud tenía el cordel al principio?

Adaptado de <https://bit.ly/2X0Cc0n>

- a) 380,75 cm b) 600 cm c) 400 cm d) 300 cm

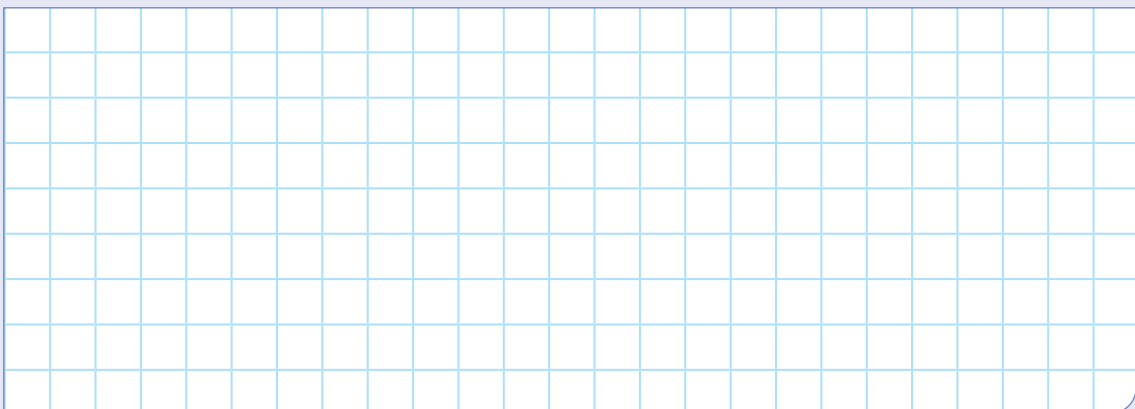


9. Dadas las siguientes afirmaciones, reconoce cuál es verdadera (V) o falsa (F), según corresponda:

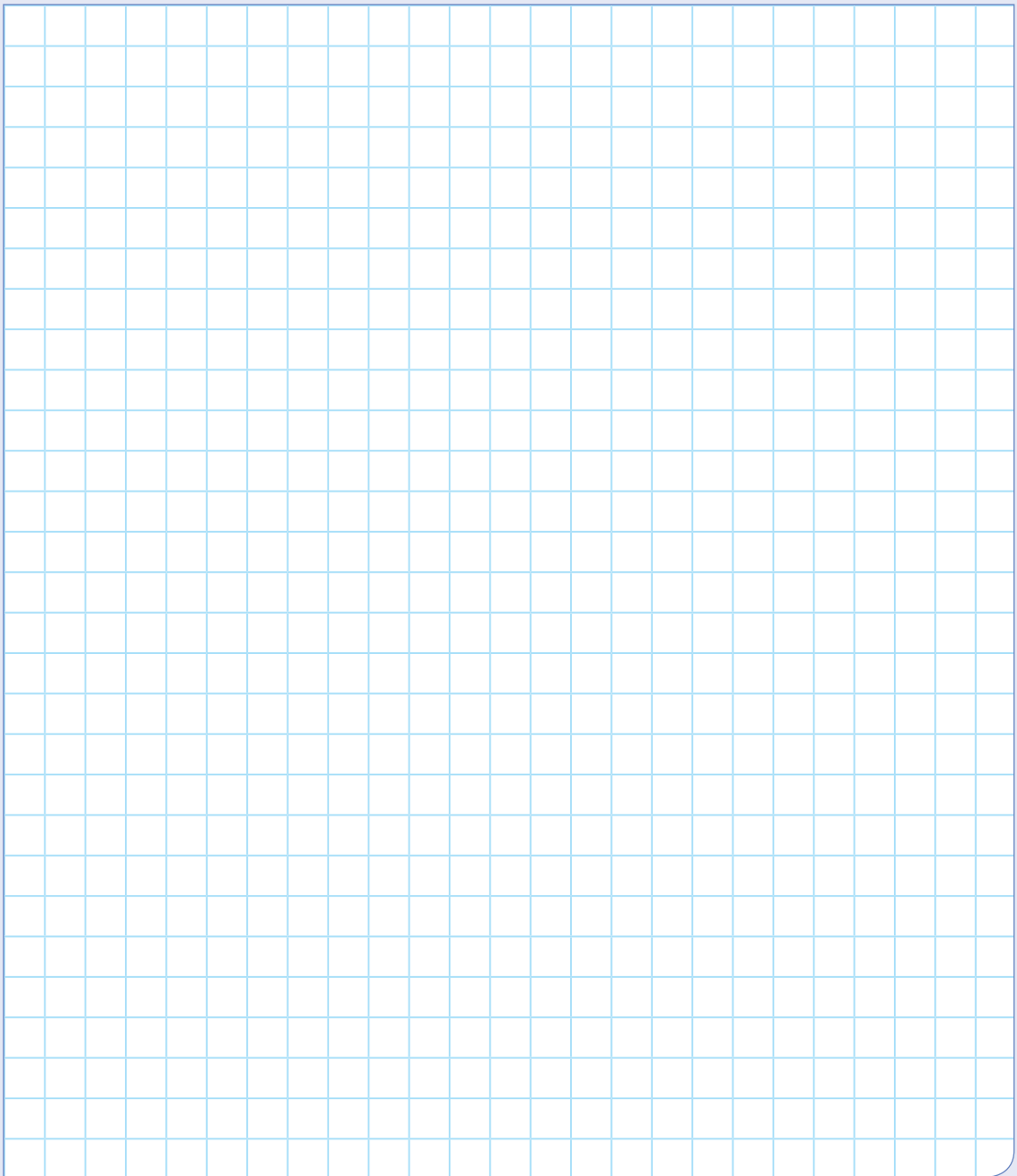
I. $\frac{4}{10} + \frac{3}{100} + \frac{9}{10\ 000} = \frac{439}{1000}$

II. 20,3 se puede escribir como $20\frac{3}{10}$

- a) W c) VF
b) FF d) FV



10. Una empresa alquila automóviles a sus clientes de acuerdo con dos planes. En el primero, puede alquilar uno en \$180 a la semana con kilometraje ilimitado. Mientras, en el segundo plan, alquila el mismo automóvil por \$120 a la semana más 25 centavos de dólar por cada kilómetro recorrido. Encuentra los valores de kilometraje semanal para los cuales es más barato alquilar un automóvil con el segundo plan.





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Describimos las transformaciones de objetos, mediante la combinación de ampliaciones, traslaciones, rotaciones o reflexiones. Además, expresamos con dibujos y con lenguaje geométrico nuestra comprensión sobre las transformaciones geométricas aplicadas a una figura, para interpretar un problema según su contexto, y seleccionamos y empleamos estrategias, recursos o procedimientos para describir transformaciones geométricas.

Ordenamos la habitación

Teresa cambió la ubicación de los muebles en su dormitorio y resultó del siguiente modo:

Imagen inicial

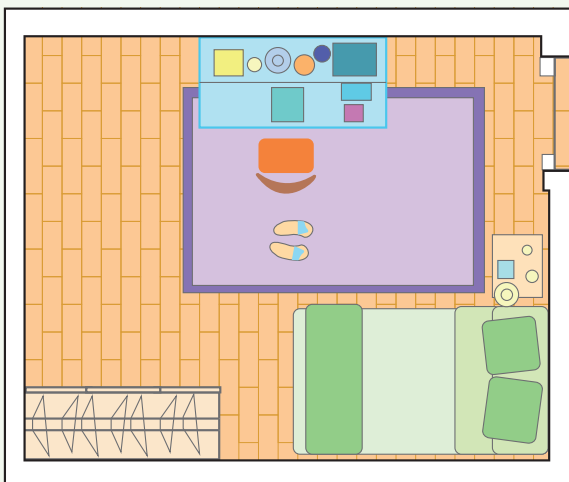
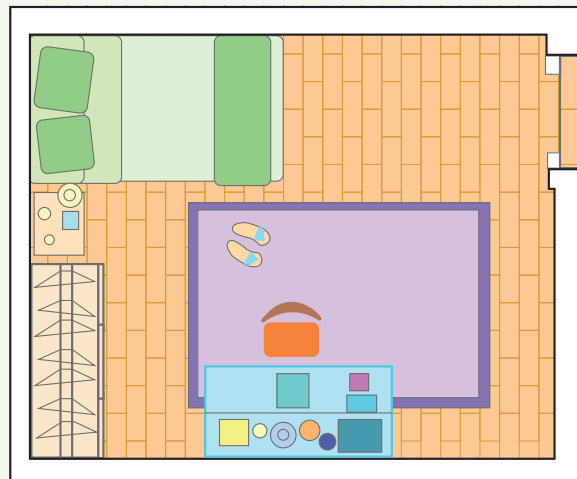


Imagen final



1. Determina las transformaciones geométricas aplicadas a cada objeto. Justifica tus respuestas.

Comprendemos el problema

1. ¿Qué objetos tienen las dos imágenes que se presentan en la situación significativa?

2. ¿Qué hizo Teresa con los objetos de su dormitorio?

3. Describe las características de los objetos de ambas imágenes completando la siguiente tabla:

Objeto	Imagen inicial	Imagen final
Cama	Tiene forma de rectángulo	<ul style="list-style-type: none"> • Tiene la forma inicial. • El tamaño es el mismo de la imagen inicial. • Está en otra posición.

4. ¿Qué nos pide determinar la pregunta de la situación significativa?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que te ayudará a dar respuesta al desafío de la situación significativa.

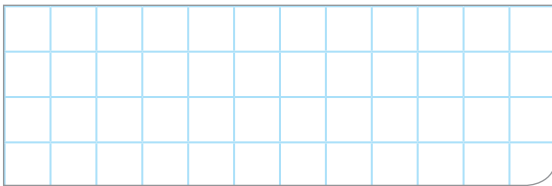
2. ¿Con qué conocimiento matemático se relacionan los movimientos de los objetos de la imagen inicial para obtener la imagen final?

Ejecutamos la estrategia o plan

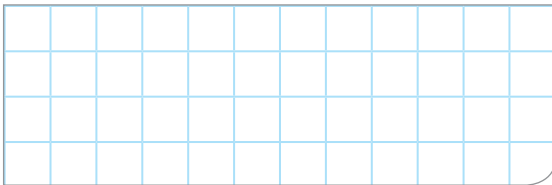
1. Compara la cama de la imagen inicial con la de la imagen final, dibuja y describe la transformación geométrica que se observa.



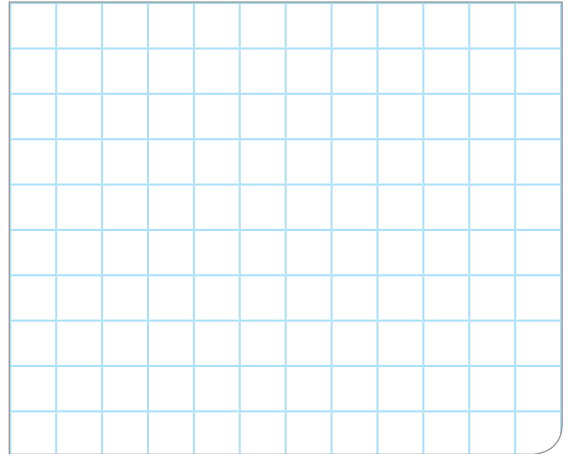
2. Compara el ropero de la imagen inicial con la de la imagen final, dibuja y describe la transformación geométrica aplicada.



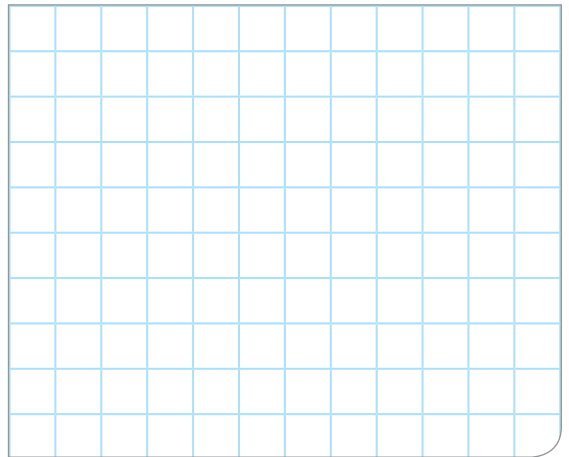
3. Compara la cómoda de la imagen inicial con la de la imagen final, dibuja y determina la transformación geométrica aplicada.



4. Describe la alfombra de la imagen inicial y la de la imagen final, dibuja y determina la transformación geométrica aplicada.

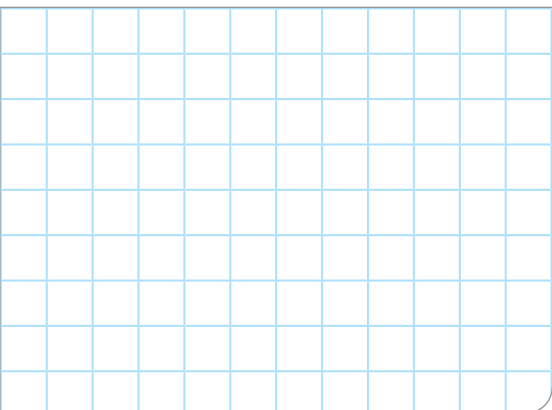


5. Responde al desafío de la situación significativa.

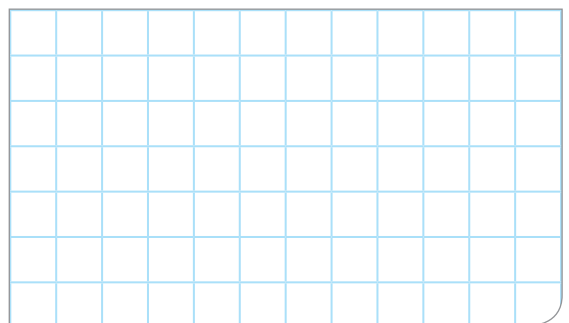


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Qué transformaciones geométricas conoces?



2. Representa mediante un dibujo lo que sucede si la imagen inicial gira 90° en sentido horario. Describe la posición de los objetos.



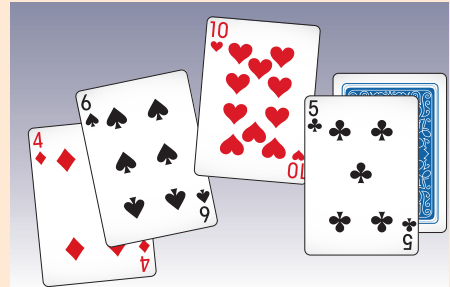


Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Expresamos con dibujos y con lenguaje geométrico nuestra comprensión sobre las transformaciones geométricas de formas bidimensionales. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos geométricos las relaciones y propiedades entre los objetos y las formas geométricas y entre las formas geométricas, y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

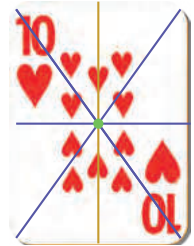
Observa las barajas de naipes y responde qué transformaciones presentan.



Resolución

Se tiene una carta de la baraja. Sobre ella se trazan dos ejes que se cortan en un centro y se evidencia que:

- Si la mitad de abajo se rota 180° , será igual a la de arriba, por lo que hay rotación.
- Si se trazan líneas que pasan por el centro, se comprueba la simetría central generada por una rotación de 180° .



Respuesta: Las barajas de naipes presentan las siguientes transformaciones geométricas: rotación, simetría central y ampliación.

1. Para determinar que la imagen de las cartas tiene simetría central, ¿qué realizaste?

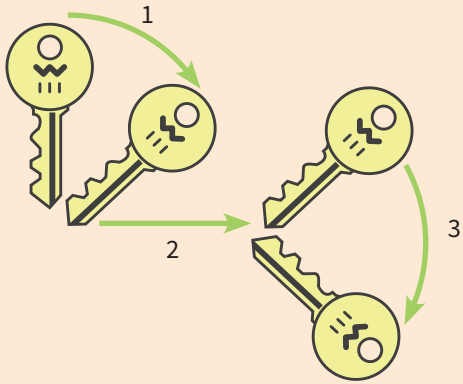
2. ¿Qué transformación se ha realizado con el número de la baraja?

3. ¿Qué transformaciones se observan en esta carta?



Situación significativa C

Observa las imágenes, compáralas y completa.



- En el paso 1, la llave está girando. Por lo tanto, hay _____.
- En el paso 2, la llave mantiene la misma orientación. Por lo tanto, hay _____.
- En el paso 3, la llave mantiene su tamaño y forma, pero cambia de orientación. Por lo tanto, hay _____.

Aprendemos a partir del error

Resolución

- Para determinar las transformaciones que hay entre una y otra figura, se debe observar y comparar.

Respuesta:

- En el paso 1, la llave está girando. Por lo tanto, hay **reflexión**.
- En el paso 2, la llave mantiene la misma orientación. Por lo tanto, hay **traslación**.
- En el paso 3, la llave mantiene su tamaño y forma, pero cambia de orientación. Por lo tanto, hay **rotación**.

- ¿Cómo ayuda la comparación en este tipo de situaciones?

- ¿Qué características tiene una reflexión?

- ¿Qué características tiene una rotación?

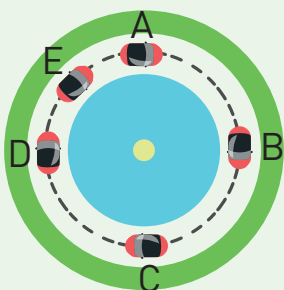
- ¿Qué respuestas cambiarías de la resolución?

- En el paso 1, la llave está girando. Por lo tanto, existe

- En el paso 2, la llave mantiene la misma orientación. Por lo tanto, existe

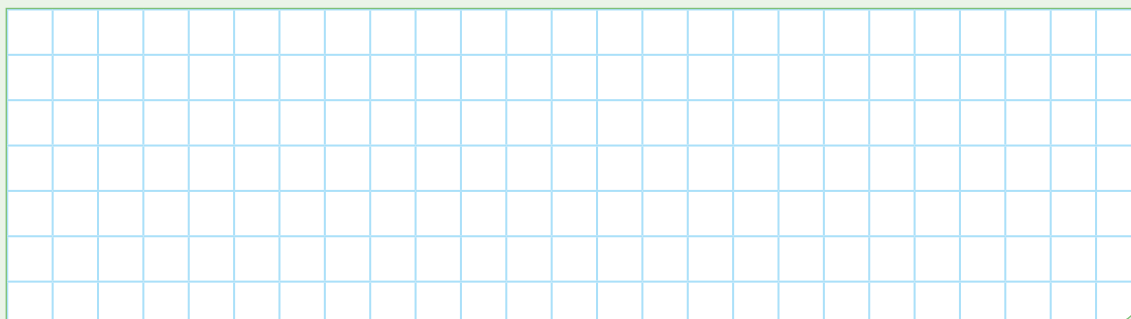
- En el paso 3, la llave gira con respecto a un punto. Por lo tanto, existe

3. En la siguiente figura:

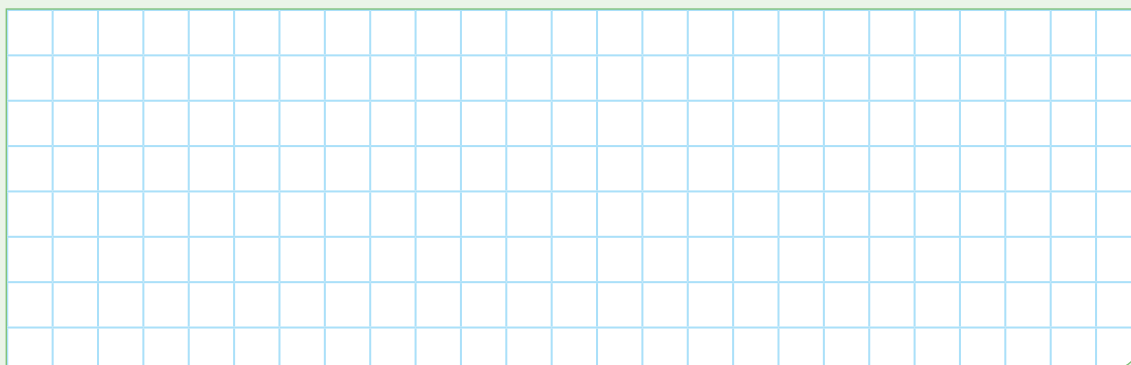
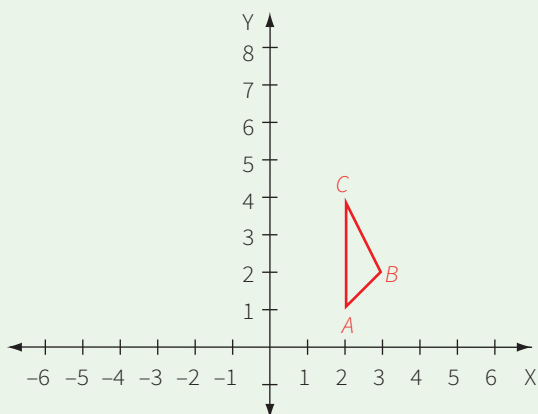


Cuando el auto va del punto A al punto C, es incorrecto decir que hubo:

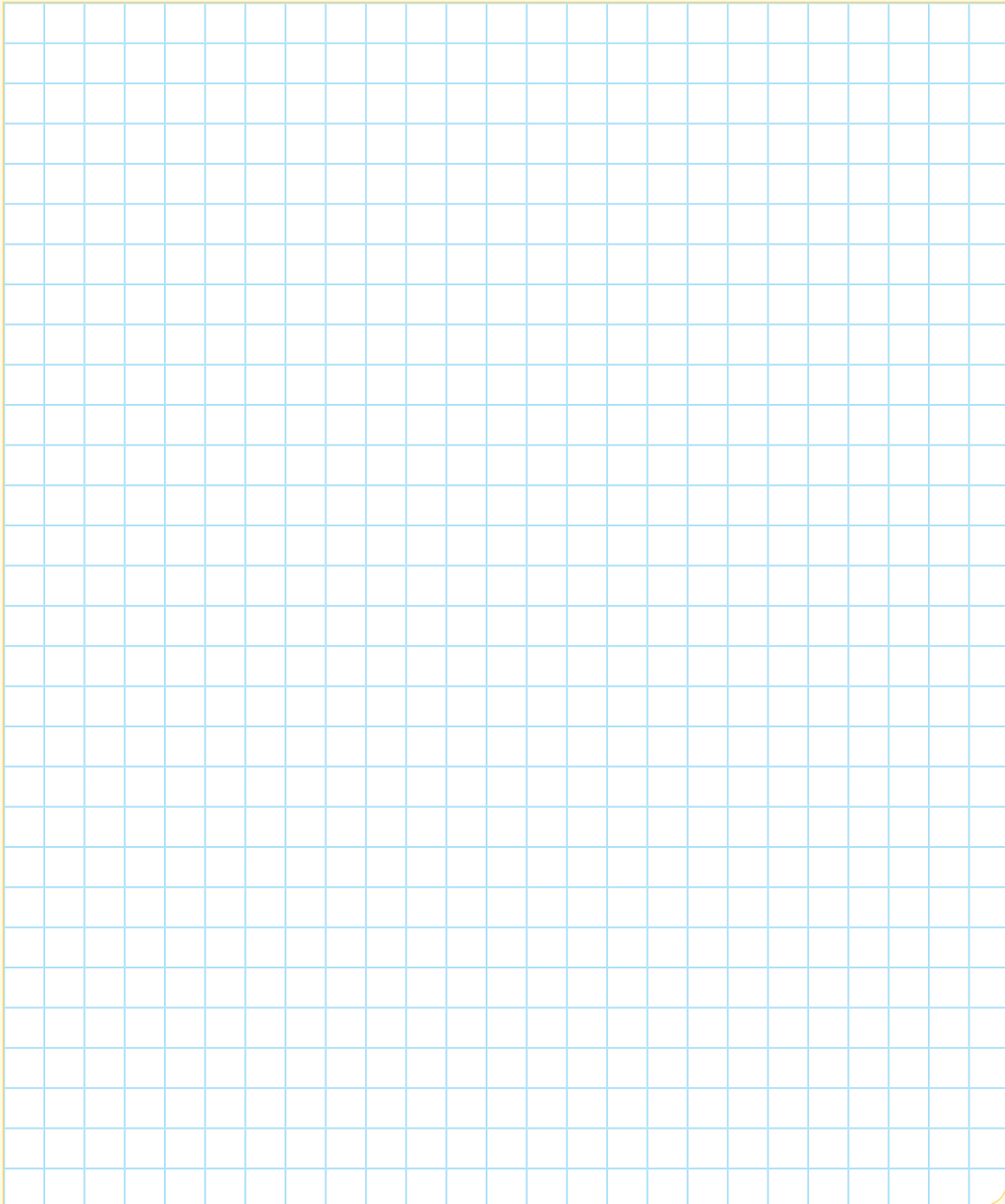
- a) Rotación
- b) Simetría central
- c) Homotecia
- d) Traslación



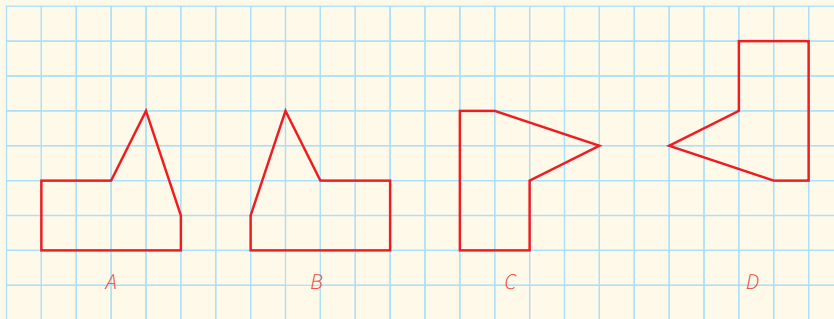
4. Al triángulo ABC se le aplica homotecia con centro en el origen y constante $k=2$. ¿Cuáles son las coordenadas del triángulo formado después de la homotecia?



5. Se podría decir que la homotecia de una figura con $k = -1$ y centro en el origen de coordenadas es similar a:
- a) una simetría axial con respecto a una recta que pasa por el origen de coordenadas.
 - b) una simetría central con centro en el origen.
 - c) una rotación con ángulo de 180° respecto al origen.
 - d) b y c

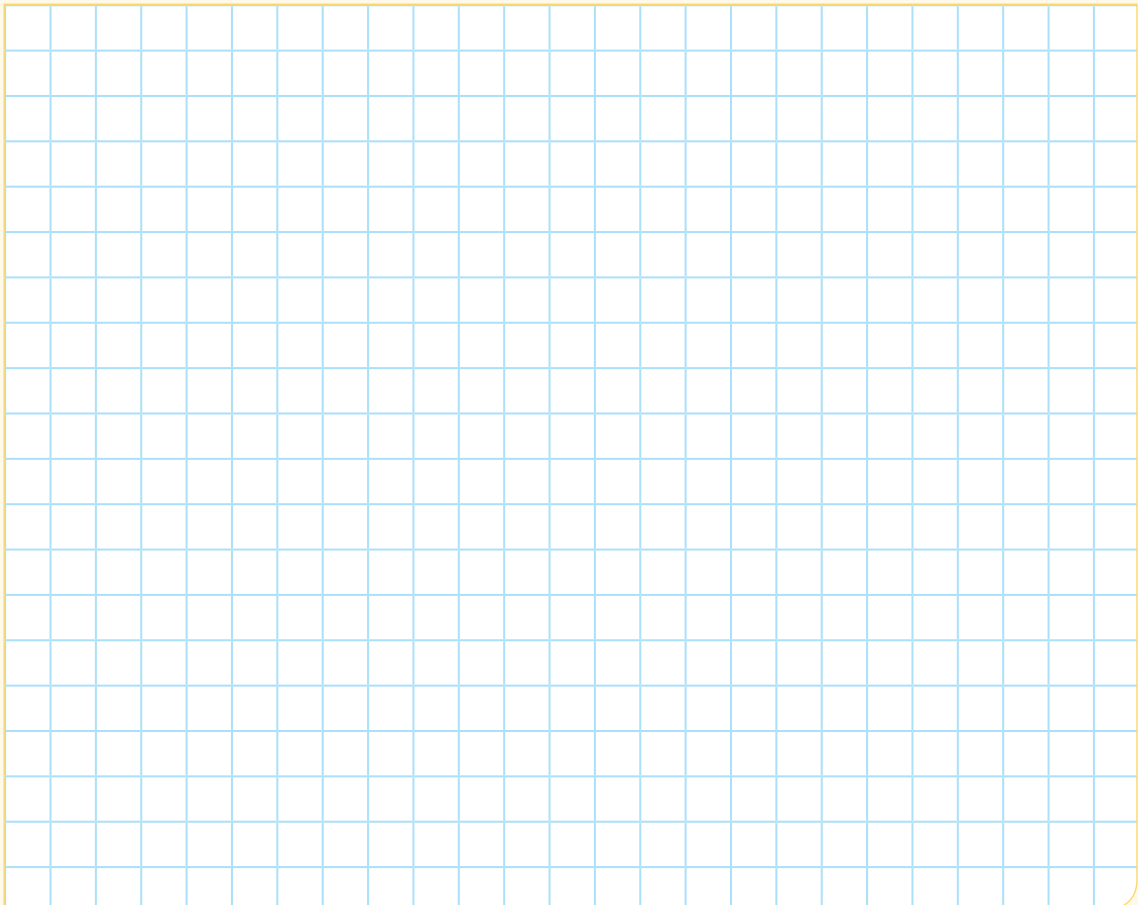


6. Observa las figuras A, B, C y D. ¿Qué relación existe entre ellas?

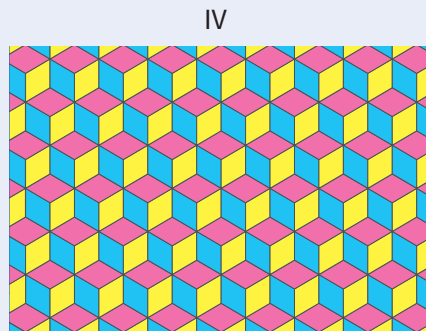
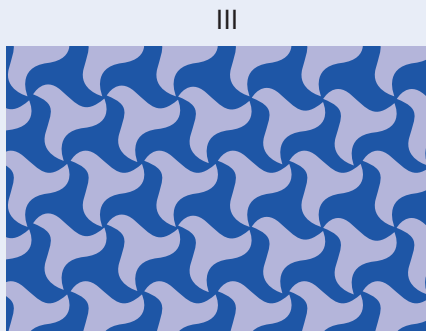
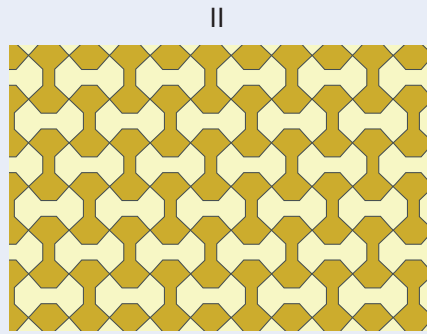
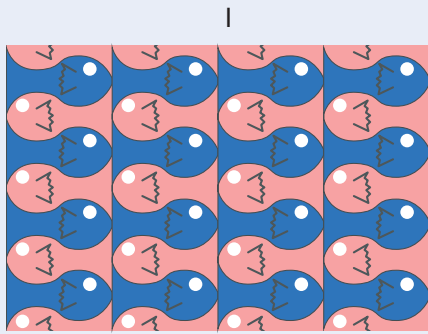


- a) Simetría central, rotación, simetría axial
- b) Simetría axial, traslación, rotación
- c) Simetría axial, rotación, simetría central
- d) Simetría central, traslación, simetría axial

7. Representa gráficamente el centro de la homotecia de dos triángulos semejantes.



8. ¿En cuál de las siguientes figuras existe simetría central?

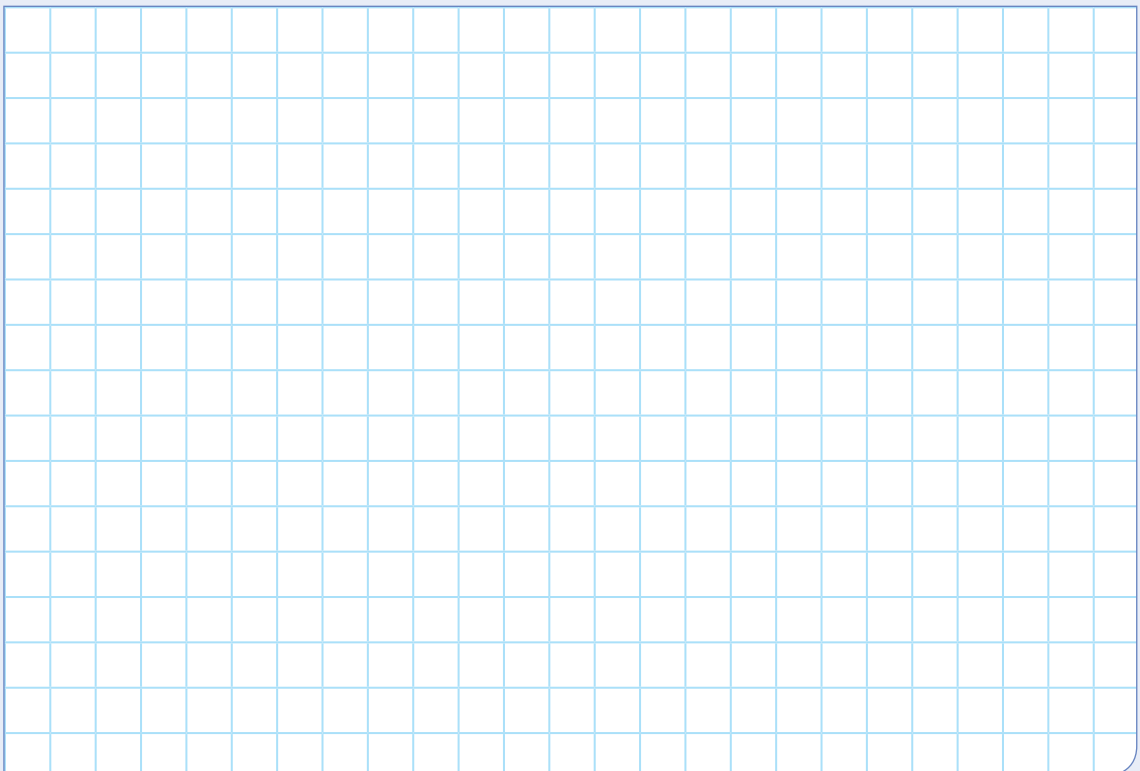


a) I y III

b) II y IV

c) III

d) IV

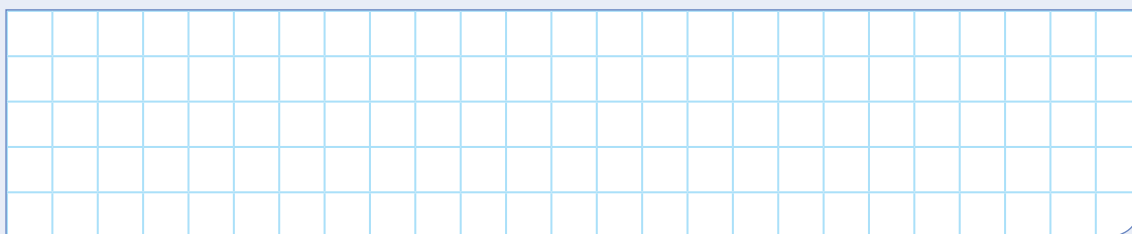


9. Realizar una ampliación del 80% en una fotocopidora es como una homotecia con centro en una de las esquinas de la hoja y de constante igual a:

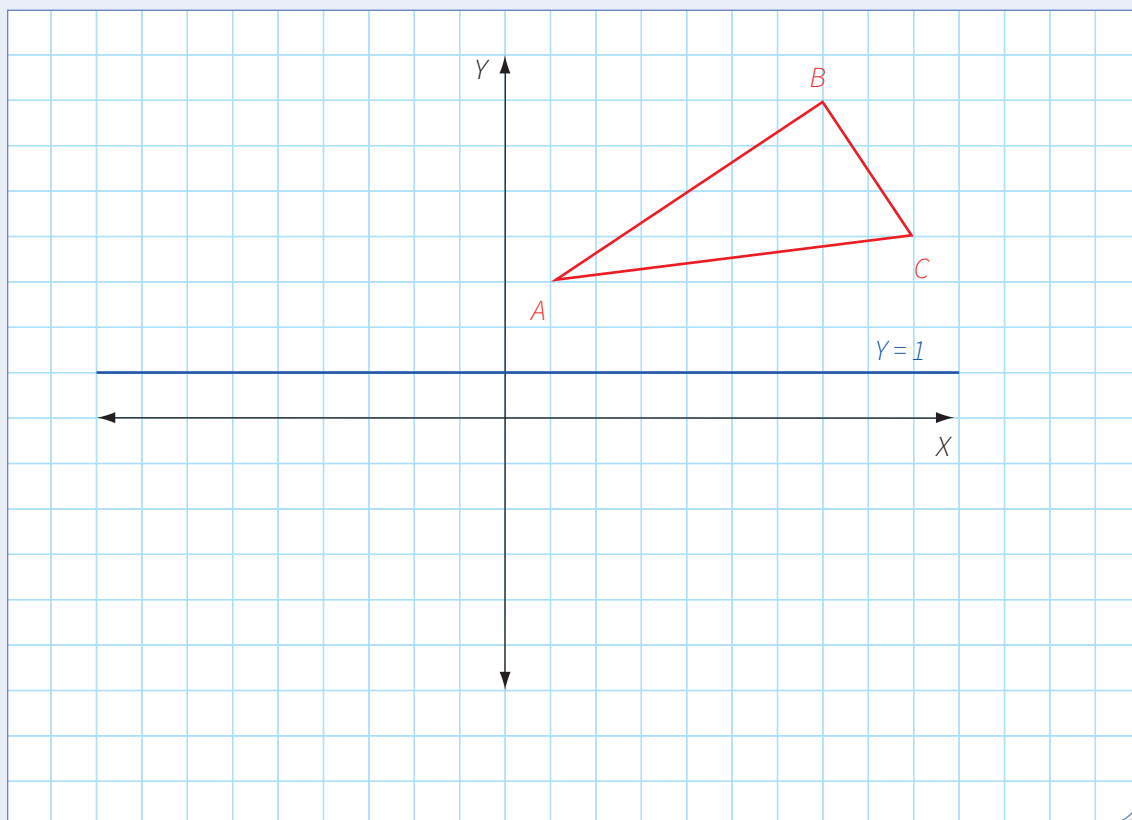


Fuente: <https://goo.gl/tqf3mv>

- a) $\frac{4}{5}$
- b) $\frac{5}{4}$
- c) $\frac{9}{5}$
- d) $\frac{5}{9}$



10. De la siguiente figura, calcula las coordenadas del punto C' luego de una reflexión con eje de simetría en la recta $Y = 1$. Después, calcula las coordenadas del punto C'' , aplicando simetría central con centro en A' .





Aplicamos nuestros aprendizajes

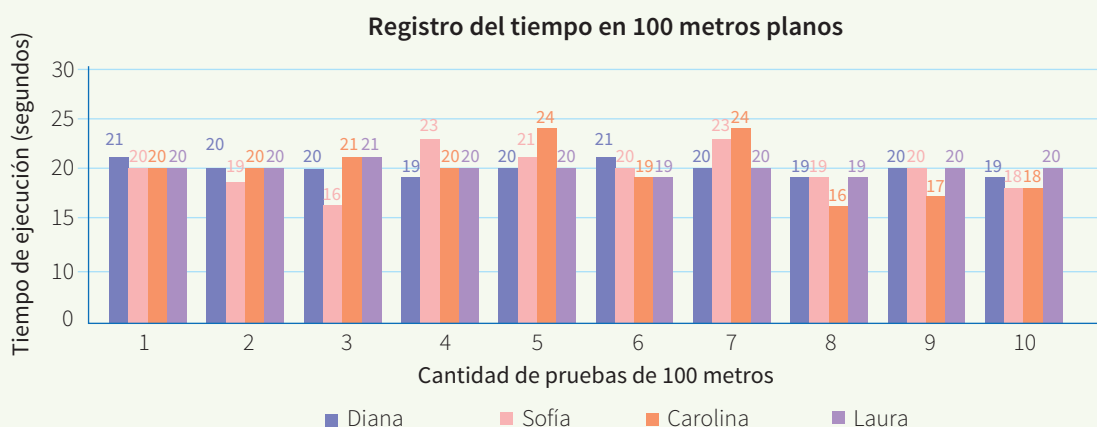
Propósito: Representamos las características de una muestra de la población en estudio mediante variables cuantitativas, así como el comportamiento de los datos por medio de gráficos de barras, medidas de tendencia central o desviación estándar. Además, leemos tablas, gráficos de barras y otros, que contengan valores sobre medidas estadísticas y de tendencia central para deducir, interpretar y producir nueva información.

Elegimos a los mejores atletas

La entrenadora del colegio Todos Unidos debe escoger a dos de sus cuatro mejores atletas para los Juegos Deportivos Escolares Nacionales 2020. Para ello, les pone 10 pruebas de 100 metros planos a cada atleta y pide a su asistente que registre los tiempos para luego tomar una decisión.



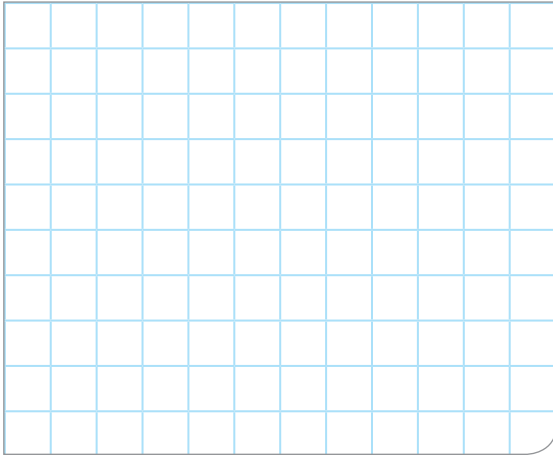
El registro se muestra en el siguiente gráfico de barras:



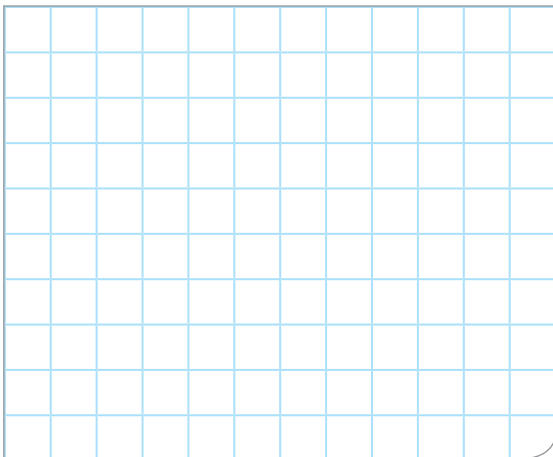
1. A partir de los datos del gráfico, ¿cómo deberá proceder la entrenadora para tomar su decisión?
2. Además de las medidas de tendencia central, ¿qué otras medidas podrías considerar, tomando en cuenta los datos anteriores, para elegir a las dos mejores atletas?

Comprendemos el problema

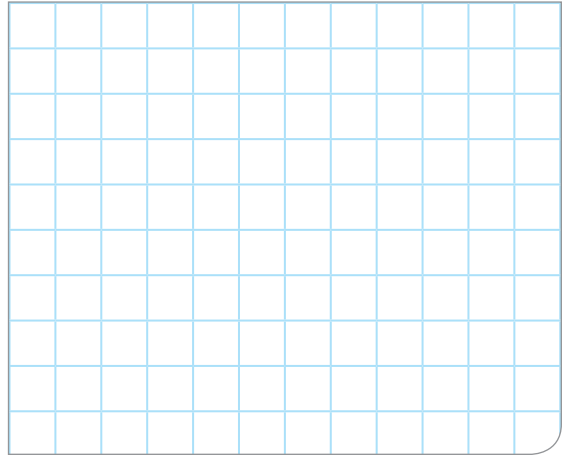
1. ¿De qué trata la situación significativa?



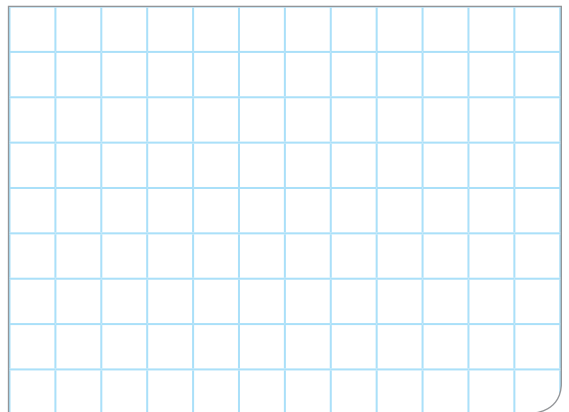
2. ¿Qué variable representa el eje X?



3. ¿Qué variable representa el eje Y?

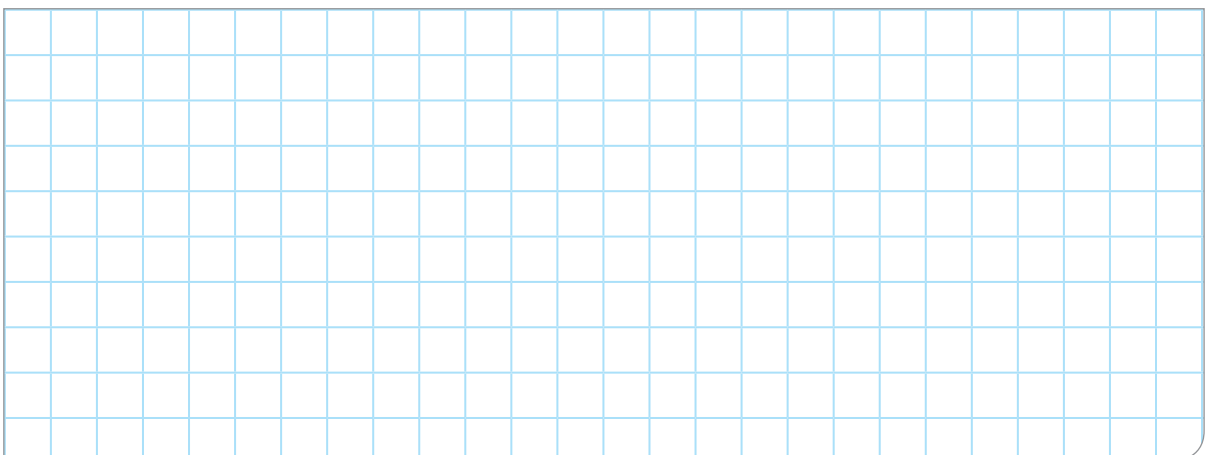


4. ¿Qué conocimientos matemáticos necesita saber la entrenadora para poder elegir a sus atletas?



Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe de qué otra forma organizarías los datos del gráfico de barras que se presenta en la situación significativa.



5. Con esta información, ¿a quiénes elegirá la entrenadora?

6. Como las medidas de tendencia central no son suficientes para tomar una decisión, halla el rango de los tiempos.

Rango	
Atleta	Rango = dato mayor - dato menor
Diana	
Sofía	
Carolina	
Laura	

7. Quienes tienen menor rango son aquellas cuyos tiempos no están muy dispersos. Por esta razón, ¿a quiénes elegirá la entrenadora para asegurar que efectivamente el promedio se acerque al esperado?

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Describe el procedimiento realizado en *Ejecutamos la estrategia o plan*.

2. ¿Por qué no es conveniente elegir a quienes tienen mayor rango?

3. ¿Por qué ni la moda ni la mediana ayudaron a tomar la decisión?

4. Explica, ¿en qué otra situaciones de la vida diaria será útil este conocimiento matemático?



Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Seleccionamos, empleamos y adaptamos procedimientos para determinar la media, el rango, la varianza y la desviación estándar. También planteamos conclusiones sobre las características o tendencias de una población y las justificamos; además, corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

Antonio administra un centro de formación para choferes calificados. Él recopila los puntajes del simulacro de evaluación de los estudiantes del grupo 1 y del grupo 2 para obtener la licencia de conducir. Luego de procesar los puntajes obtenidos por los estudiantes, obtuvo las siguientes tablas de distribución:



Fuente <https://goo.gl/Ea7HP9>

GRUPO 1

Puntaje	f_i
[80; 110[50
[110; 140[110
[140; 170[80
[170; 200]	60
Total	300

GRUPO 2

Puntaje	f_i
[110; 130[100
[130; 150[120
[150; 170[60
[170; 190]	20
Total	300

a. ¿Cuál de los grupos ha obtenido el puntaje más homogéneo?

Resolución

a. Para saber cuál de los grupos ha obtenido el puntaje más homogéneo, calculamos el recorrido o rango.

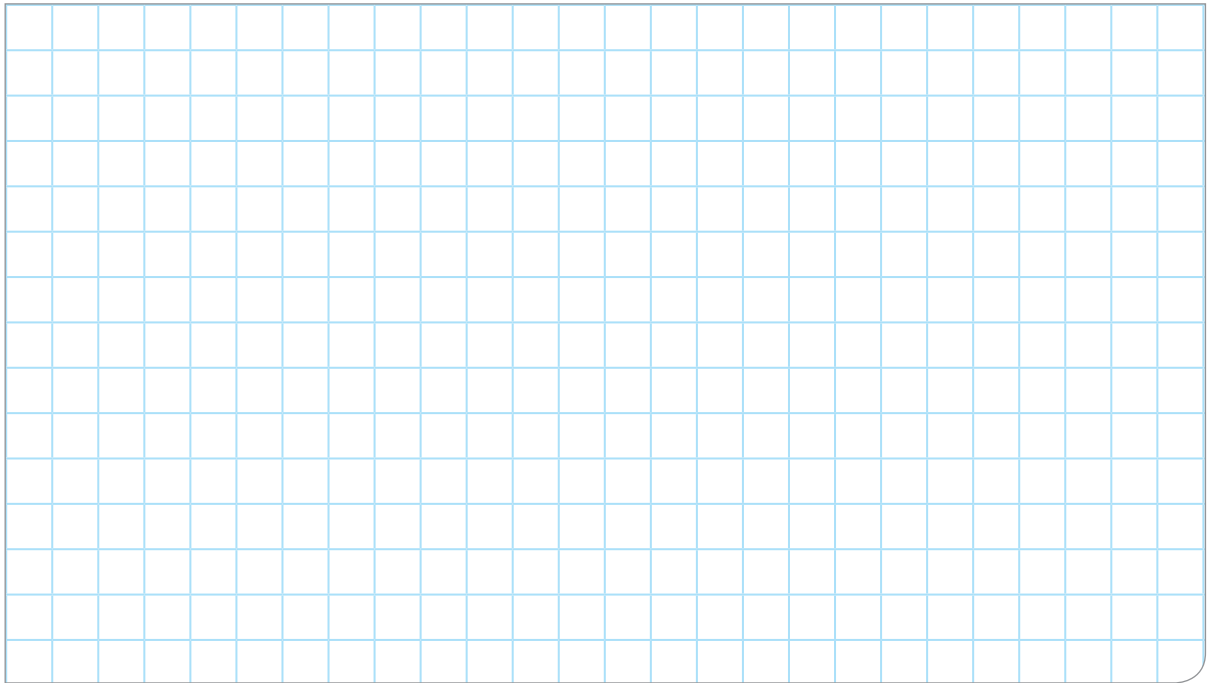
El **recorrido o rango (R)** es la diferencia del dato mayor con el dato menor.

$$\text{Recorrido del grupo 1: } R_1 = 200 - 80 = 120$$

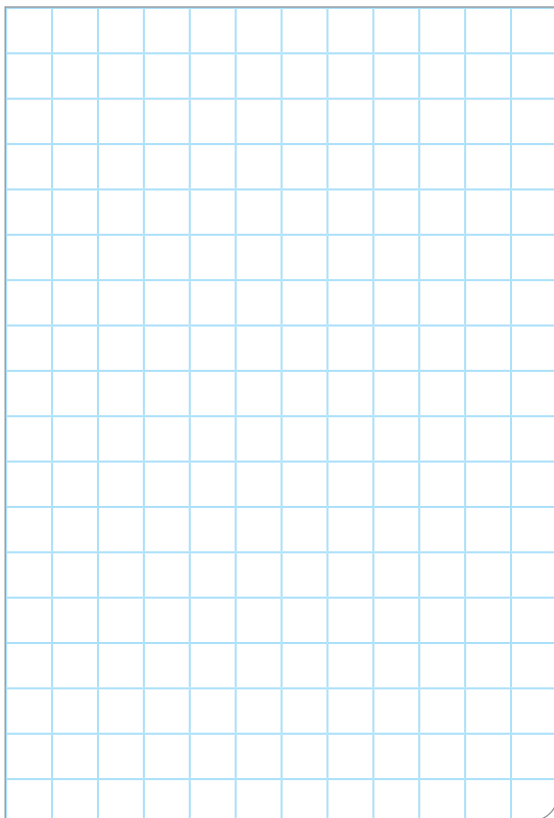
$$\text{Recorrido del grupo 2: } R_2 = 190 - 110 = 80$$

Se puede apreciar que: $R_2 < R_1$, lo que quiere decir que los estudiantes del grupo 2 tienen el puntaje menos disperso; por lo tanto, los puntajes obtenidos por el grupo 2 son más homogéneos que los puntajes obtenidos por el grupo 1.

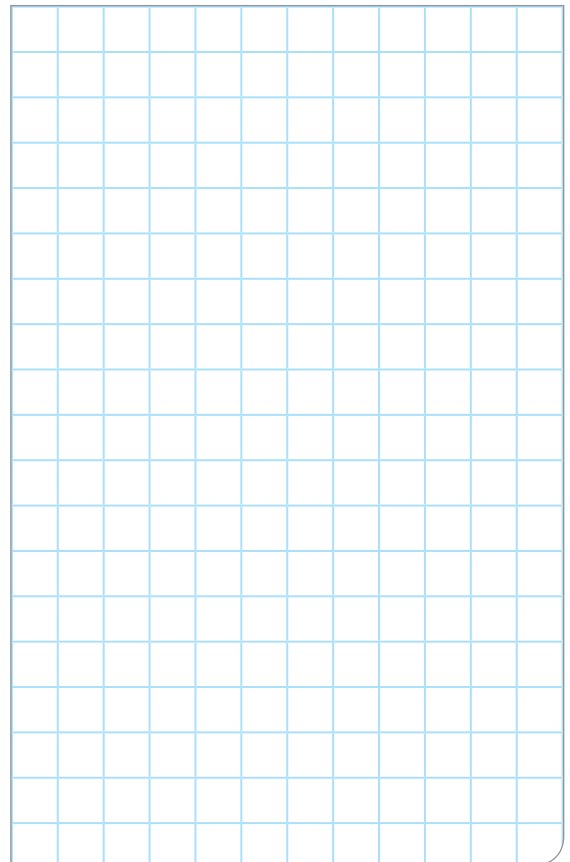
1. ¿Por qué calculamos el rango de cada una de las tablas de frecuencias?



2. ¿La información que se presenta en las tablas de frecuencia son de fácil lectura? Justifica tu respuesta.



3. Elabora gráficos pertinentes que representen la información de cada una de las tablas de frecuencias.



Situación significativa B

Midiendo las pulsaciones en estudiantes

Las pulsaciones cardíacas por minuto de un grupo de 40 estudiantes de tercero de secundaria son las siguientes:

56	71	66	79	81	57	72	83	50	54
66	50	73	84	51	88	69	78	82	56
66	54	64	75	71	90	67	83	71	76
87	53	72	61	74	53	68	69	86	52

- Elabora una tabla de frecuencias, agrupando los resultados de las pulsaciones en ocho intervalos.
- Halla la media de las pulsaciones cardíacas del grupo de estudiantes.
- Grafica el histograma de frecuencia absoluta y ubica gráficamente la moda.

Resolución

- Construimos la tabla de frecuencias:

N.º de pulsaciones [L _i ; L _s)	X _i	f _i	F _i	X _i · f _i
[50; 55[52,50	8	8	420,0
[55; 60[57,50	3	11	172,5
[60; 65[62,50	2	13	125,0
[65; 70[67,50	7	20	472,5
[70; 75[72,50	7	27	507,5
[75; 80[77,50	4	31	310,0
[80; 85[82,50	5	36	412,5
[85; 90]	87,50	4	40	350,0
Total		40		2770,0

- Hallamos la media de las pulsaciones, tomando los datos necesarios de la tabla de frecuencias.

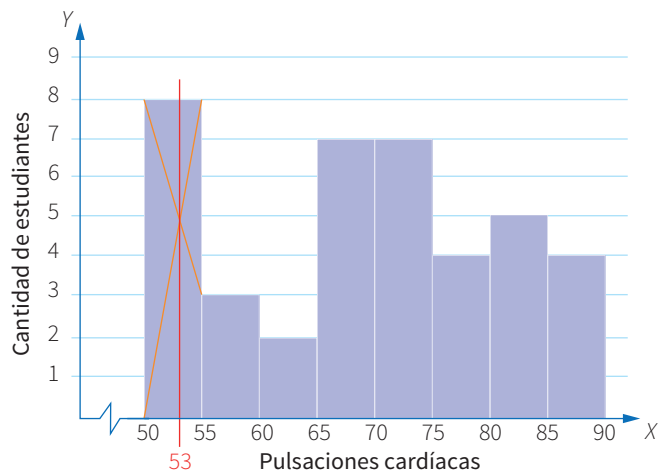
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot f_i}{n} = \frac{2770}{40}$$

$$\bar{x} = 69,25 \text{ pulsaciones}$$

Por lo tanto, la media de las pulsaciones del grupo de estudiantes es 69,25.

c. Elaboramos el histograma y ubicamos la moda en la gráfica:

En la barra de mayor frecuencia, trazamos segmentos en aspa que vayan desde los vértices superiores de la barra hacia los vértices contiguos. Luego se traza una línea paralela al eje "Y" y que pase por la intersección de los segmentos trazados anteriormente, de esa manera encontraremos el valor aproximado de la moda, tal como se aprecia en el gráfico.



Por lo tanto, la moda es aproximadamente 53 pulsaciones por minuto.

1. ¿Los datos que se muestran en la situación significativa se pueden representar mediante otro gráfico estadístico? Justifica tu respuesta.

2. ¿Por qué es importante hallar la moda?

3. ¿Por qué es importante hallar la media?

Situación significativa C

A partir de la información anterior, calcula las medidas de dispersión, varianza y desviación estándar de las pulsaciones del grupo de estudiantes.

Aprendemos a partir del error

Resolución

Calculamos la desviación estándar de las pulsaciones del grupo de estudiantes:

a. Primero hallamos la varianza:

La varianza (V) para datos agrupados es la media de los cuadrados de las diferencias entre el promedio y cada dato.

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot (\bar{x} - X_i)^2}{n}$$

Donde:

f_i : frecuencia absoluta

\bar{x} : media aritmética o promedio; $\bar{x} = 69,25$

X_i : marca de clase

n : número de datos

Consideramos la tabla de la situación significativa y completamos los datos que se necesitan:

$[L_i; L_s[$	X_i	f_i	$\bar{x} - X_i$	$(\bar{x} - X_i)^2$
[50; 55[52,50	8	$69,25 - 52,50 = 16,75$	$(16,75)^2 = 280,5625$
[55; 60[57,50	3	11,75	138,0625
[60; 65[62,50	2	6,75	45,5625
[65; 70[67,50	7	1,75	3,0625
[70; 75[72,50	7	-3,25	10,5625
[75; 80[77,50	4	-8,25	68,0625
[80; 85[82,50	5	-13,25	175,5625
[85; 90[87,50	4	-18,25	333,0625
Total		40		

Reemplazando en la fórmula:

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot (\bar{x} - X_i)^2}{n} = \frac{1054,5}{40} = 26,3625$$

b. Luego calculamos la desviación estándar (σ):

La desviación estándar (σ) es la raíz cuadrada de la varianza: $\sigma = \sqrt{V}$

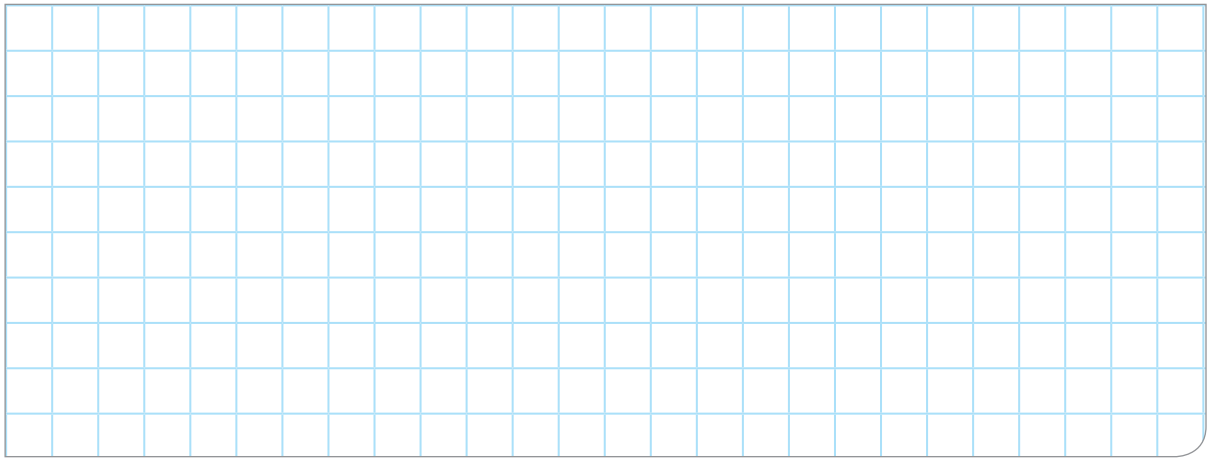
$$\sigma = \sqrt{26,3625} \approx 5,13$$

Calculamos porcentajes de desviación: $\frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 \%$

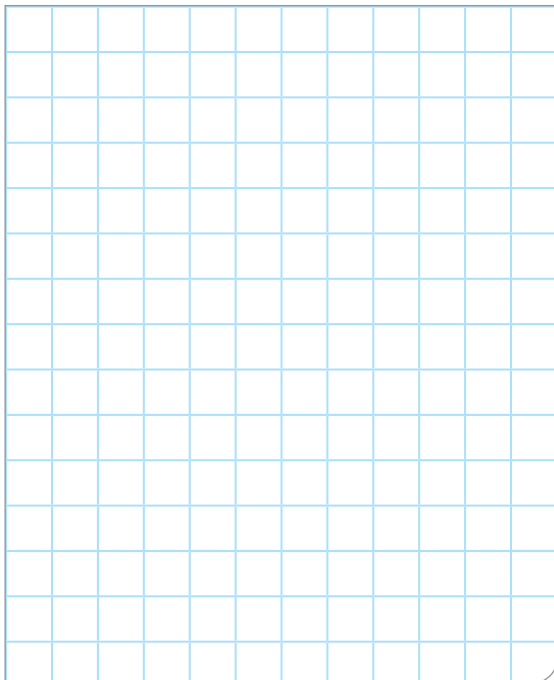
$$\frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 \% = \frac{5,13}{69,25} \times 100 \% = 7,4 \%$$

Por lo tanto, se concluye que los datos no están dispersos.

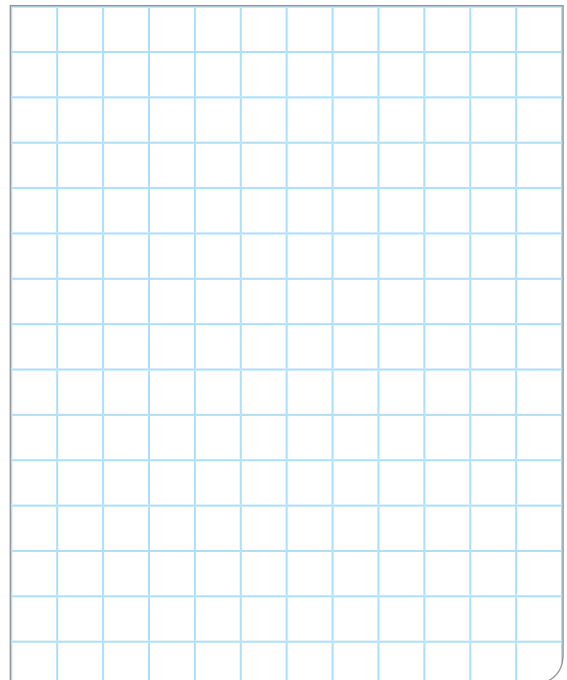
1. Revisa el procedimiento realizado. En caso de que hubiera un error, corrígelo.



2. De acuerdo a la corrección realizada, ¿qué indica el resultado de la desviación estándar?



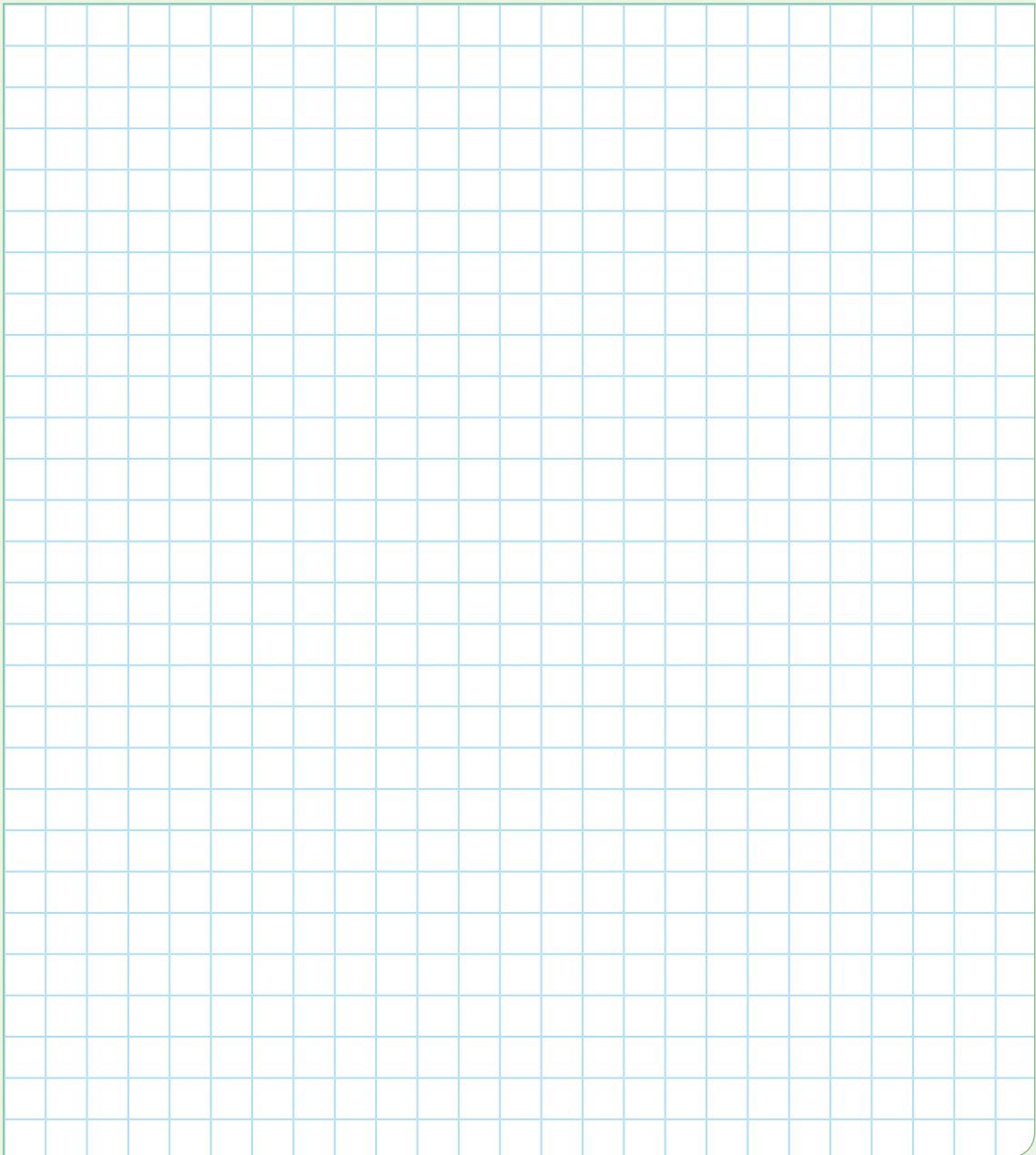
3. ¿Por qué debemos hallar la desviación estándar?



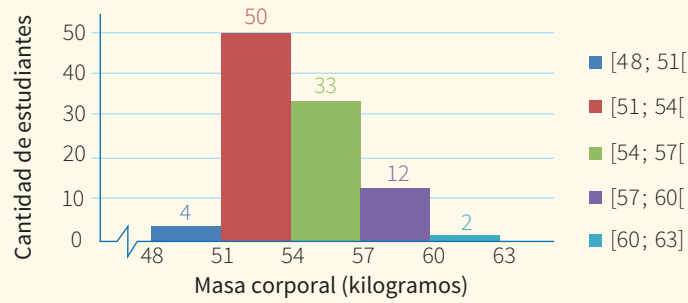
4. Se realizó una encuesta sobre preferencia de comidas típicas de los estudiantes de tercer grado de secundaria. Se tomó una muestra de 80 estudiantes (10 de cada sección) y los resultados fueron los siguientes: a 22 les gusta el cebiche; a 18, el ají de gallina; a 12, la carapulcra; a 10, el lomo saltado; a 6, el arroz con pato; y a 12, la chanfainita. Presenta la información utilizando un gráfico estadístico pertinente. Luego, señala a qué porcentaje de los estudiantes encuestados les gusta el cebiche.



© Denise Santos



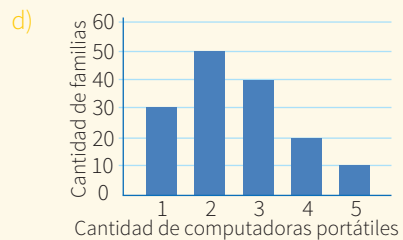
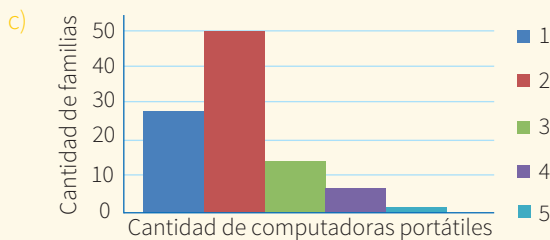
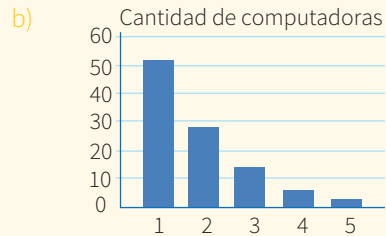
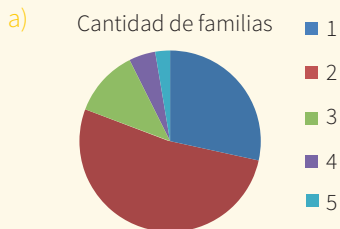
5. En el siguiente histograma, calcula la moda estimada, luego verifica aplicando la fórmula.



- a) 50 kilogramos b) 52 kilogramos c) 53 kilogramos d) 54 kilogramos

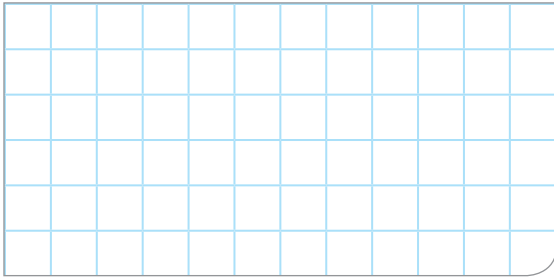


6. ¿Cuál de los siguientes gráficos indica exactamente la cantidad de familias que tienen una determinada cantidad de computadoras portátiles? Argumenta tu respuesta.

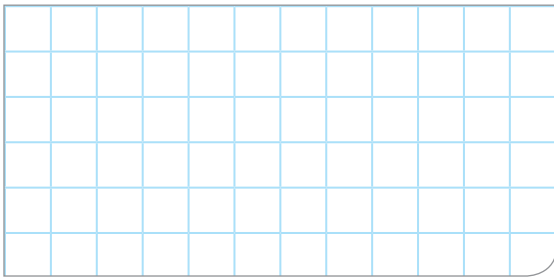


Comprendemos el problema

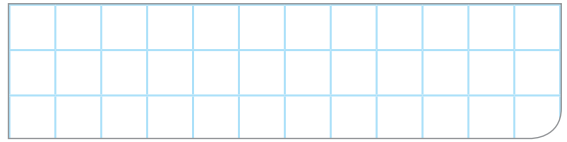
1. ¿Con qué conocimiento matemático se relaciona esta situación significativa?



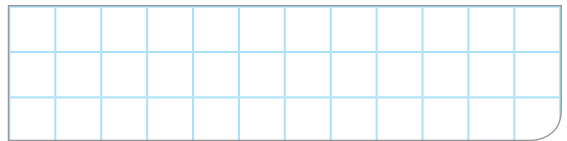
2. ¿Qué datos se presentan en la situación significativa?



3. ¿Cuántos casilleros tiene el tablero de ajedrez?



4. ¿Qué números de casillas ocupan las dos últimas posiciones del tablero?



5. ¿Qué se pide determinar en la situación significativa?



Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

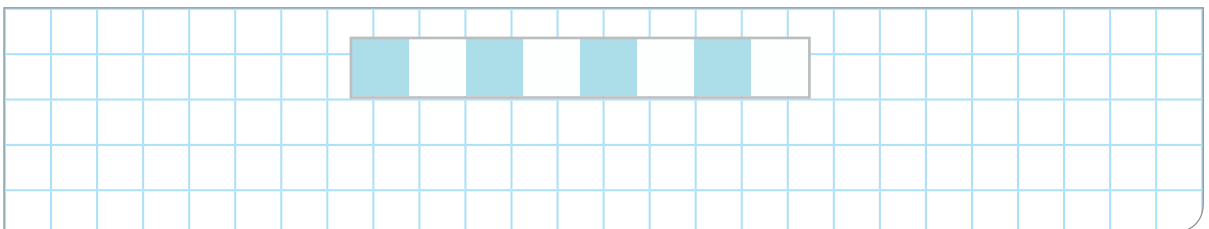
1. ¿Qué estrategia utilizarías para responder las preguntas de la situación significativa?

a) Buscar un patrón de formación. b) Modificar el problema. c) Razonar hacia atrás.

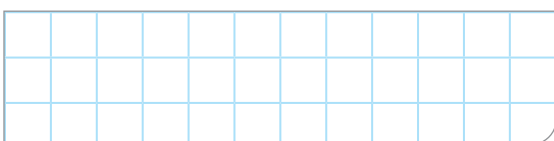


Ejecutamos la estrategia o plan

1. Anota los números de la primera fila, busca un patrón de formación y responde.



- a) Describe cómo se produce el incremento de un término a otro.



- b) ¿Cuál es el primer término?

$a_1 =$

- c) ¿Cuál es el número fijo o razón que multiplica a cada término de la secuencia exceptuando al primero?

$r =$

2. Según las respuestas de la pregunta anterior, responde la primera pregunta de la situación significativa.

3. Para obtener el segundo término, se multiplica el primer término por la razón; para el tercer término, se multiplica el primer término por la razón dos veces, y así sucesivamente. ¿Cómo se puede hallar el n -ésimo término? Explica.

4. Calcula la cantidad de trigo en las casillas 16 y 20 y responde la segunda pregunta de la situación significativa.

5. Responde la tercera pregunta de la situación significativa.

Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías denotar de otra manera los números de la primera fila del tablero de ajedrez? Representalos.

2. En la secuencia de la pregunta anterior, los términos se multiplican constantemente por 2. Entonces, se afirma que la razón geométrica es 2. Si la progresión es 4; 12; 36; 108...; ¿cómo se puede hallar la razón geométrica?

3. ¿En qué situaciones cotidianas te será útil este nuevo conocimiento matemático?

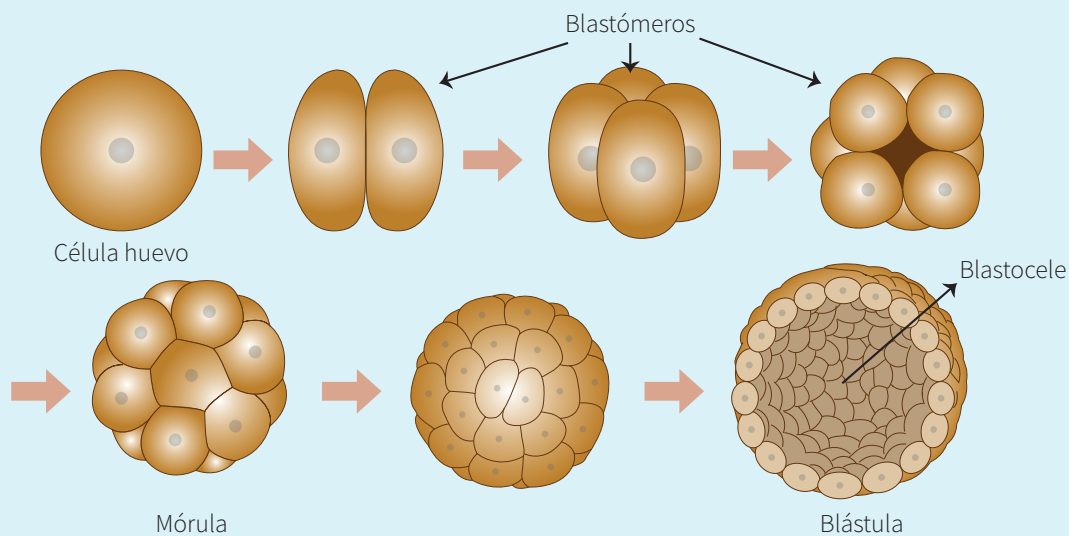


Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre magnitudes y las transformamos en expresiones algebraicas o gráficas que incluyen la regla de formación de una progresión geométrica. Además, planteamos afirmaciones sobre la relación entre la posición de un término y su regla de formación, las diferencias entre crecimientos aritméticos y geométricos y otras relaciones de cambio; también justificamos y comprobamos la validez de nuestras afirmaciones.

Situación significativa A

En la fecundación de los seres vivos, al producirse la unión del óvulo y el espermatozoide, se forma un cigote o huevo con 23 pares de cromosomas, los cuales llevan la información genética del padre y la madre. En un corto tiempo, esta célula se divide por bipartición en dos, cuatro, ocho, dieciséis, etc., células que llevan la misma información genética. Este nuevo ser recibe diversos nombres, como mórula, blástula, gástrula y embrión, sucesivamente.



Adaptado de <https://goo.gl/nWYtD6>

A partir de lo descrito, se puede formar una progresión geométrica con el número de células. PG: 1; 2; 4; 8; ... ; a_n
Calcula el número de células que contiene la blástula al cabo de la decimosegunda división.

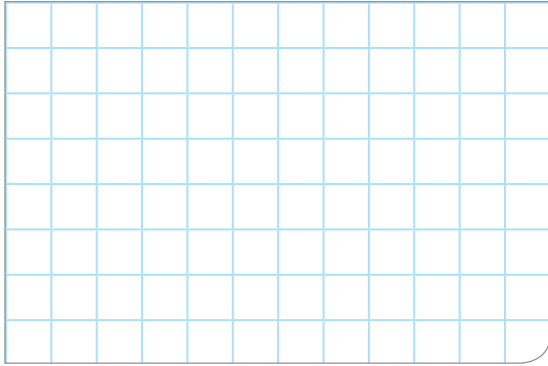
Resolución

- Se sabe que después de la decimosegunda división se encuentra el término a_{13}
- Por fórmula:

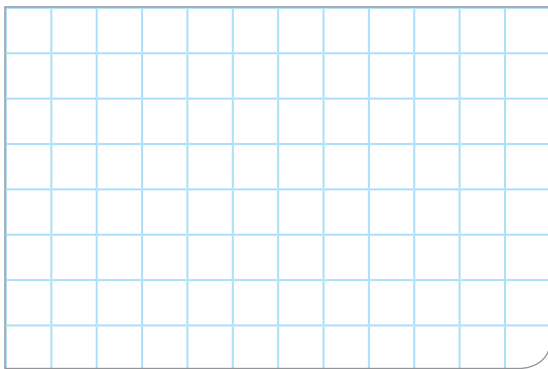
$$a_{13} = (1) \cdot (2)^{13-1}$$
$$a_{13} = (2)^{12} \rightarrow a_{13} = 4096$$

Respuesta: La blástula, después de la decimosegunda división, tendrá 4096 células con la misma información genética en sus cromosomas.

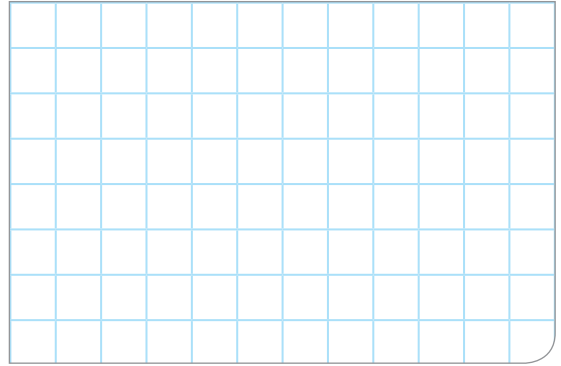
1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación significativa?



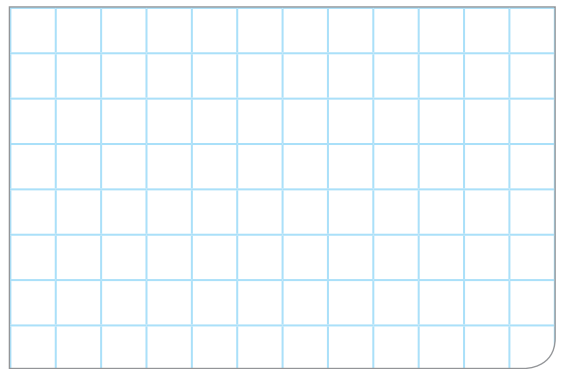
2. ¿Qué fórmula se utilizó para resolver la situación significativa?



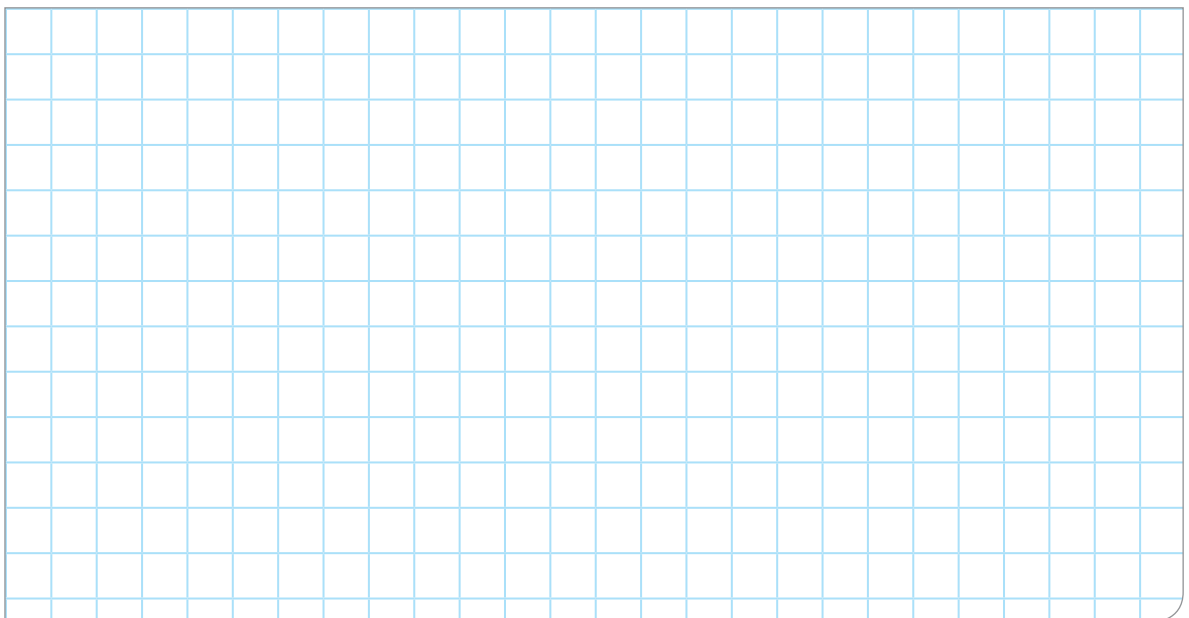
3. ¿Cómo se puede comprobar dicho resultado?



4. El cociente de dividir $\frac{a_2}{a_1}$, ¿es la razón en dicha progresión? Verifica con los demás términos.



5. ¿Cuántas células se tendrá en la vigesimoprimera división? Justifica tu respuesta.



Situación significativa C

Un prestamista acuerda con su cliente que por cada día de retraso en el pago de su cuota se triplicará solo el interés del día anterior. El cliente obtiene un préstamo de S/2400 para pagar, en 12 meses, cuotas de S/215 (doscientos soles de capital y quince soles de interés). Si el cliente tuvo un problema y se retrasó cuatro días en el pago del cuarto mes, ¿cuánto pagará el cuarto mes sabiendo que el interés se acumula al capital?

Aprendemos a partir del error

Resolución

- El primer día, el cliente debe pagar S/200 de capital y S/15 de interés por el préstamo.
- Si se retrasa un día, se triplica solo el interés. Es decir, paga S/200 de capital y S/45 de interés.
- Si se retrasa dos días, se triplica solo el interés del día anterior. Es decir, paga S/200 de capital y S/135 de interés. Y así sucesivamente.
- Se escribe la progresión geométrica con los intereses para encontrar el patrón numérico:

15; 45; 135; ...

- Se calcula la suma de los 4 primeros términos:

$$s_4 = \frac{(15)(3^4 - 1)}{3 - 1}$$

$$s_4 = \frac{(15)(81 - 1)}{2}$$

$$s_4 = \frac{(15)(40)}{1} \rightarrow s_4 = 600$$

Por lo tanto, el interés es de S/600.

Respuesta: El cuarto mes, el cliente pagará S/800 que corresponde al capital más el interés.

1. ¿Desde qué día se considera pago atrasado?, ¿desde el día de pago o después del día de pago?

2. Si deben transcurrir 4 días de retraso en el pago, ¿entonces la progresión tendrá 4 o 5 términos?

3. ¿Qué cambiarías en la resolución de la situación significativa?

4. ¿Cuál sería la respuesta adecuada para la situación significativa?



Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Expresamos con diversas representaciones nuestra comprensión sobre la regla de formación de una progresión geométrica o aritmética y reconocemos las diferencias entre un crecimiento aritmético y geométrico para interpretar un problema en su contexto. También seleccionamos y combinamos procedimientos para determinar términos desconocidos y la suma en una progresión geométrica. Asimismo, establecemos relaciones entre magnitudes y las transformamos en expresiones algebraicas o gráficas que incluyen la regla de formación de una progresión geométrica. Además, planteamos afirmaciones sobre la relación entre la posición de un término y su regla de formación, las diferencias entre crecimientos aritméticos y geométricos, y otras relaciones de cambio; también justificamos y comprobamos la validez de nuestras afirmaciones.

1. Teresa ha comprado un caballo y quiere ponerle herradura. Para ello, tiene que ponerle 20 clavos en total, el primero de los cuales cuesta 50 céntimos y cada uno de los restantes cuesta 10 céntimos más que el anterior. ¿Cuánto paga en total para herrarlo?

a) 25,45 soles

b) 29,00 soles

c) 17,70 soles

d) 15,50 soles

2. Si en una progresión geométrica el noveno término es igual a 5 y la razón es $-\frac{1}{3}$, calcula su sexto término.

a) -32 805

b) 135

c) -135

d) 328

3. Maritza vive en el sexto piso de un edificio. Desde su ventana que está a una altura de 18 m deja caer una pelota y observa que en cada rebote esta se eleva hasta los $\frac{2}{3}$ de la altura desde la que cae. Ella desea saber cuál es el recorrido total de la pelota hasta que se detiene.

a) 15 m

b) 90 m

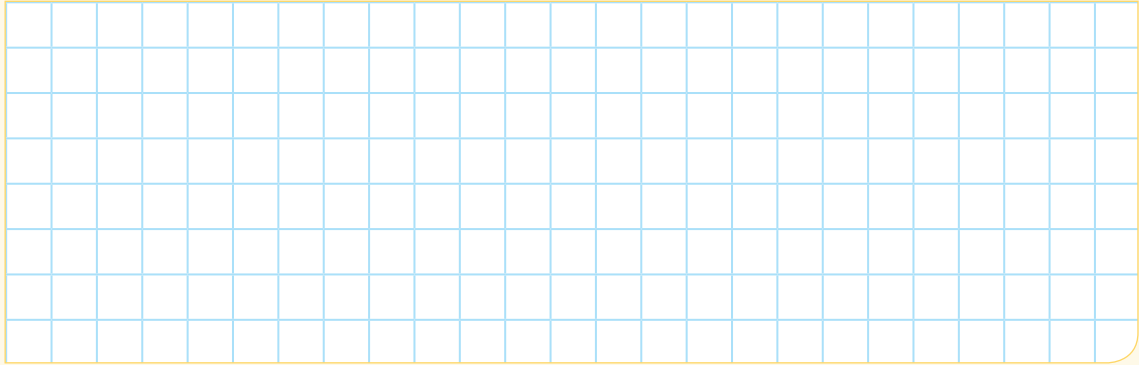
c) 180 m

d) 10 m

4. Juan vende 120 teléfonos en 4 días. Si cada día vendió $\frac{1}{3}$ de lo que vendió el día anterior, ¿cuántos teléfonos vendió el primer día?

5. A Carmen se le ha extraviado su perro y para encontrarlo envía mensajes de texto a tres amigas pidiéndoles que, a su vez, cada una envíe una copia a otras tres amigas y así sucesivamente. Si todas cumplen con reenviar el mensaje, después de “m” envíos, ¿cuántas copias se habrán hecho del mismo mensaje?

- a) 3^m b) 3^{m+1} c) $\frac{3}{2}(1 - 3^{m-1})$ d) $\frac{3}{2}(3^m - 1)$

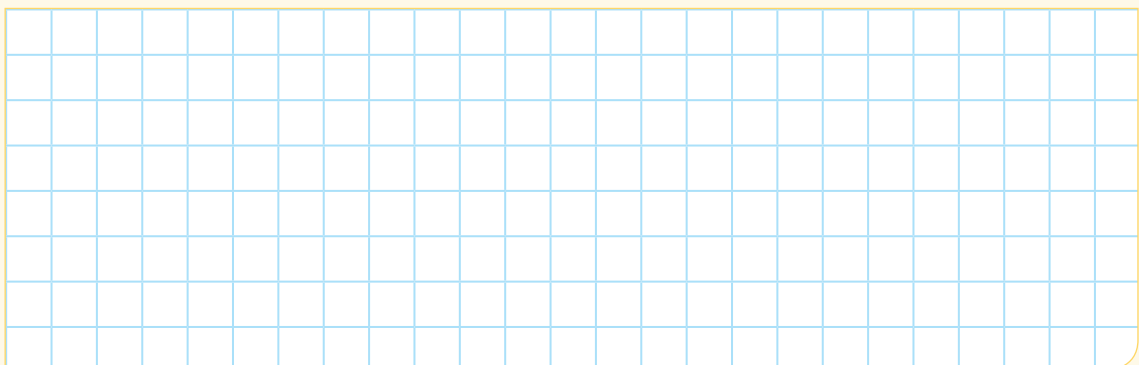


6. Halla la profundidad de un pozo si por la excavación del primer metro se pagó 25 soles y por cada uno de los metros restantes se pagó 5 soles más que el anterior, lo que dio un costo total de 280 soles.

- a) 7 metros b) 6 metros c) 5 metros d) 4 metros



7. El padre de Alejandra necesita comprar para su negocio un congelador que cuesta aproximadamente 3000 soles. Descubre que sus ahorros no son suficientes y por ello decide ahorrar cada mes $\frac{2}{3}$ de lo ahorrado el mes anterior. Si el quinto mes ahorró 160 soles, ¿cuánto ahorró en los cinco meses? Y si no le alcanza, ¿cuánto dinero le falta? Justifica tu respuesta.



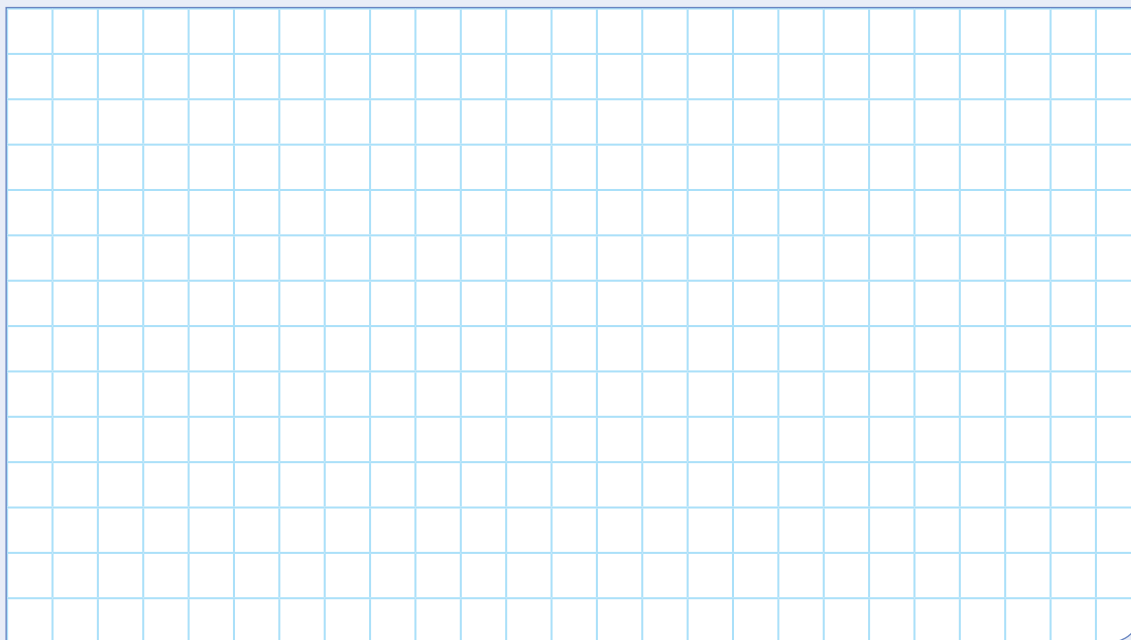
8. La población de la ciudad Omega ha aumentado en progresión geométrica, de 59 049 habitantes en 1953 a 100 000 habitantes en 1958. ¿Cuál es la razón de crecimiento de la población por año?

a) 0,5

b) 10

c) 1,11

d) 12,96



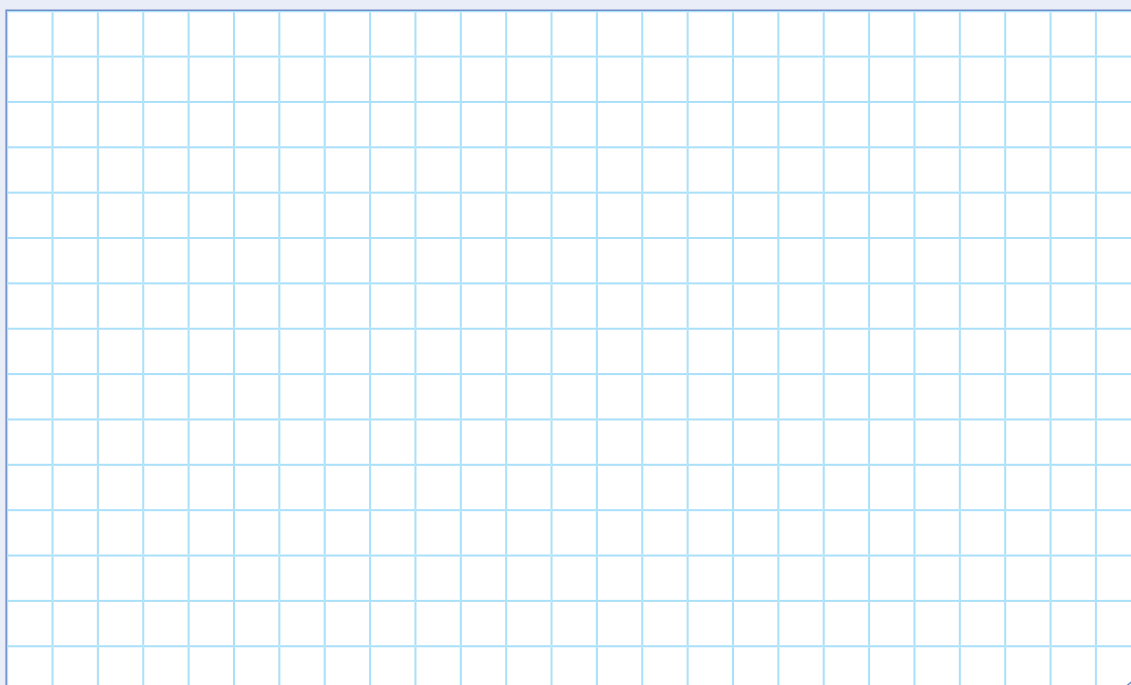
9. Carlos es un jugador de ajedrez que participó en las olimpiadas de su distrito. Él recibió un punto por el primer contrincante que venció, 2 por el segundo, 4 por el tercero y así sucesivamente. Si en el recuento acumuló un total de 65 535 puntos, ¿a cuántos competidores venció?

a) 68

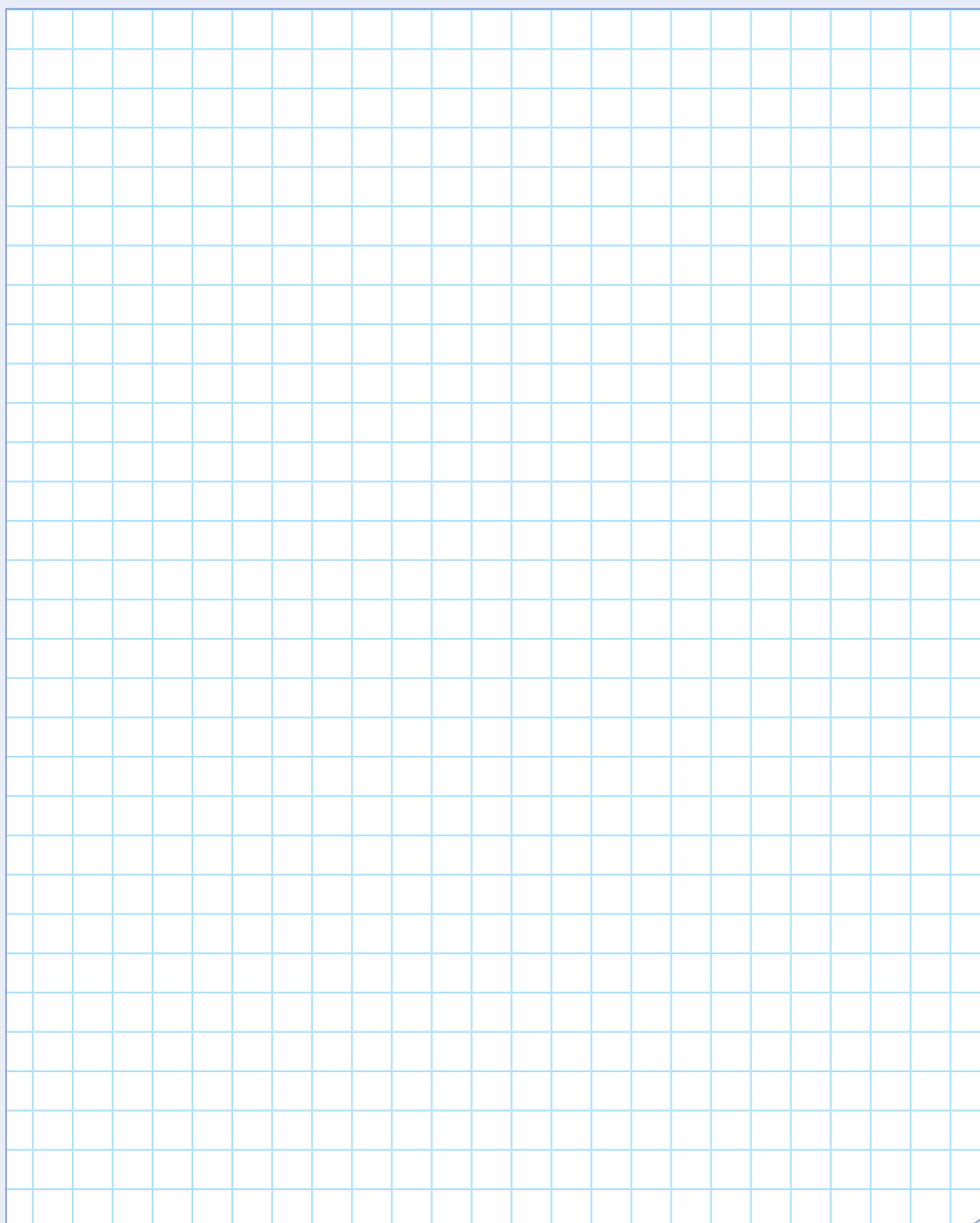
b) 25

c) 16

d) 120



- 10 El profesor Santos y sus estudiantes se encuentran en el laboratorio de Física observando las oscilaciones de un péndulo. Les pide que calculen el recorrido total de las oscilaciones del péndulo hasta el momento en que se detiene. Si en la primera oscilación recorre 16 cm y en la siguiente, $\frac{3}{4}$ de lo recorrido en la oscilación anterior, determina la regla de formación de las distancias recorridas en cada oscilación; además, halla la distancia total que recorre el péndulo hasta detenerse y justifica tu respuesta.





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y acciones referidas a trabajar con tasas de interés simple y las transformamos en expresiones numéricas que incluyen operaciones de interés simple. Expresamos con lenguaje numérico la comprensión sobre las tasas de interés simple y términos financieros (tasa mensual, tasa anual). Asimismo, empleamos y combinamos estrategias de cálculo y procedimientos diversos para determinar tasas de interés según se adecúen a las condiciones de la situación.

Organizamos la campaña navideña

Juana, para las fiestas navideñas, desea ampliar su negocio de venta de ropa para niños y necesita disponer de S/7000. Por ello, acude a la cooperativa de ahorro y crédito de su localidad, donde tramita un préstamo en los siguientes términos: pago en cuotas mensuales iguales durante 5 meses con una tasa de interés simple de 10% mensual.

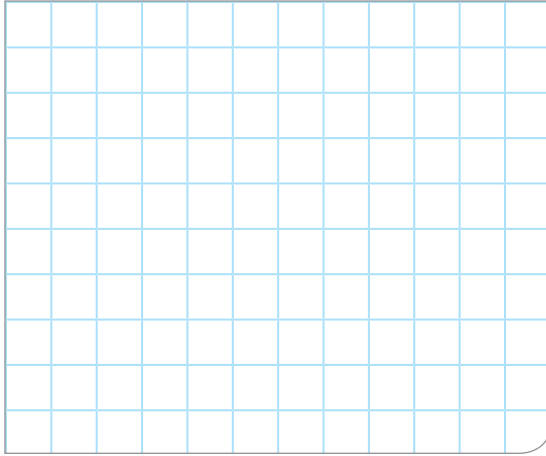


Fuente: <https://goo.gl/xTFYjs>

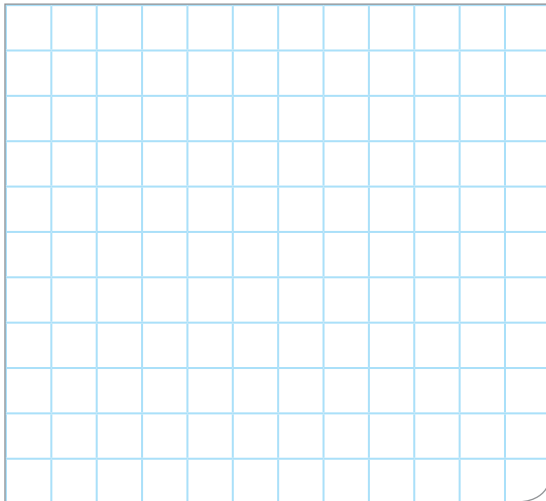
1. ¿Cuánto pagará Juana por los intereses que genera el préstamo durante los 5 meses?
2. ¿A cuánto asciende el monto que pagará Juana durante los 5 meses por el préstamo adquirido?

Comprendemos el problema

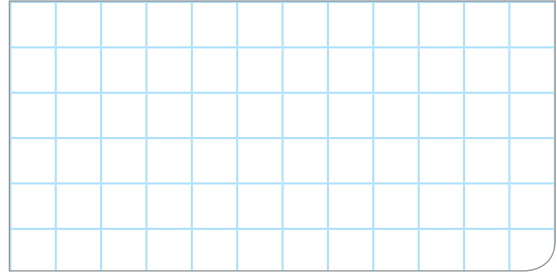
1. ¿De qué trata la situación significativa?



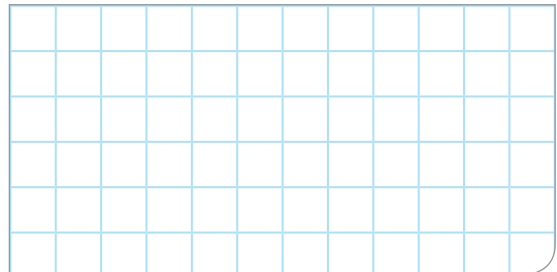
2. ¿Qué datos se tienen en la situación significativa?



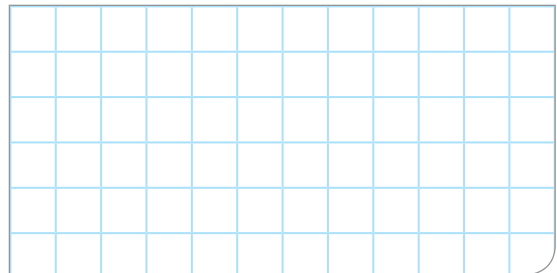
3. ¿Cuáles son las condiciones del préstamo?



4. ¿Qué entiendes por interés?

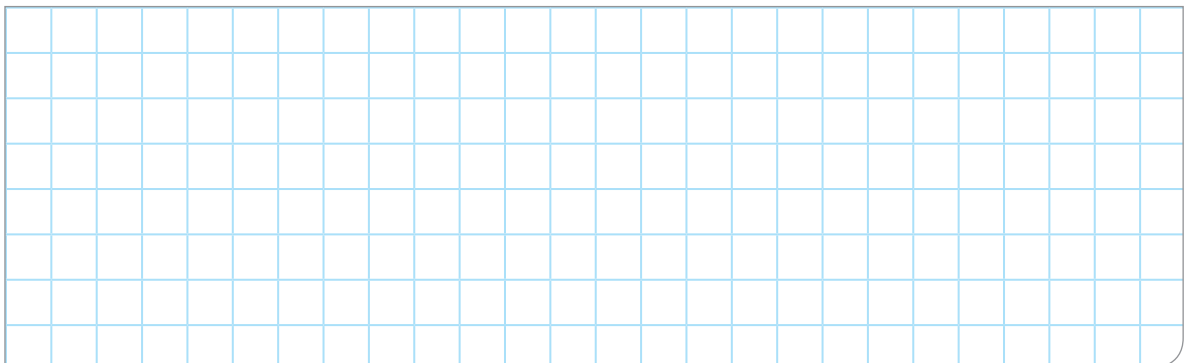


5. ¿Qué te piden calcular las preguntas de la situación significativa?



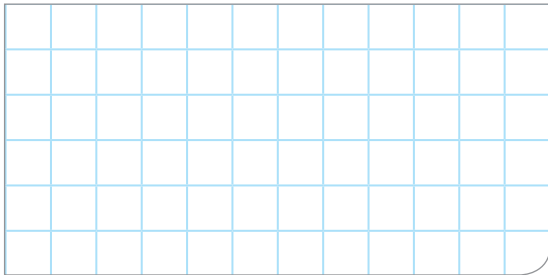
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que emplearías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



Ejecutamos la estrategia o plan

1. Organiza la información partiendo de los datos de la situación significativa.



2. Si la tasa de interés simple es igual al 10 % mensual, entonces para el cálculo de intereses generados por el préstamo se utiliza la siguiente fórmula:

$$I = \frac{C \times i \times t}{100}$$

Donde:

I : interés

C : capital

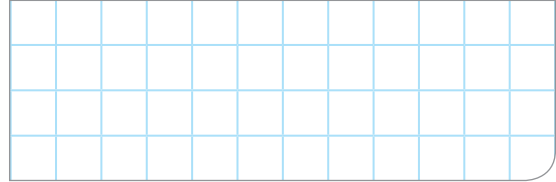
i : tasa de interés

t : tiempo

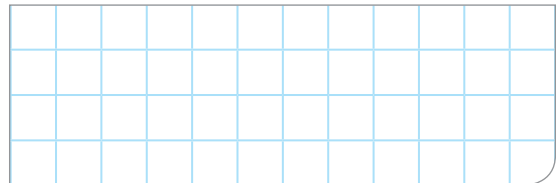
A partir de ello, ¿cuánto le corresponde pagar de intereses a Juana por el préstamo solicitado?



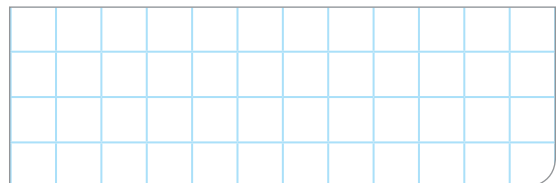
3. Responde la primera pregunta de la situación significativa.



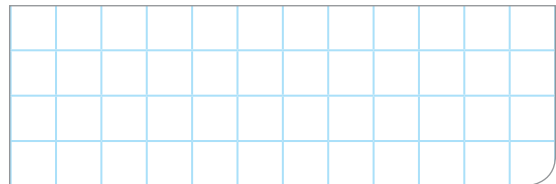
4. ¿Cuánto es el capital prestado o monto solicitado por Juana?



5. ¿Cuál es el resultado de sumar el capital prestado y los intereses por pagar?



6. Responde la segunda pregunta de la situación significativa.



Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Podrías realizar otro procedimiento para responder las preguntas de la situación significativa? Explica cómo.



2. Si la cooperativa de ahorro y crédito le hubiera otorgado el préstamo con una tasa de interés simple del 10 % anual, ¿cuánto sería el interés que pagaría por el préstamo en un año?





Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Expresamos con lenguaje numérico nuestra comprensión de las tasas de interés simple y términos financieros (tasa mensual, tasa anual) para interpretar el problema en contexto. Asimismo, justificamos con ejemplos y con nuestros conocimientos matemáticos las afirmaciones sobre las equivalencias entre tasas de interés y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

José Flores solicita un préstamo a una caja municipal de ahorro y crédito por la suma de S/1300 para comprar una laptop. Esta entidad financiera le hace dos propuestas:

- **Primera propuesta:** una tasa de interés simple del 6,5 % mensual en 2 años.
- **Segunda propuesta:** una tasa de interés simple del 5 % mensual y un año más que en el caso anterior.



Fuente: <https://goo.gl/M4SRr4>

¿Cuál de las dos propuestas le conviene a José Flores?

Resolución

Para calcular el interés, se aplica la siguiente fórmula:

$$I = \frac{C \times i \times t}{100}$$

Donde:

I : interés

C : capital

i : tasa de interés

t : tiempo

Se organiza la información en un diagrama tabular y se determina el interés en cada propuesta.

Primera propuesta	Segunda propuesta
$C = S/1300$	$C = S/1300$
$i = 6,5\% \text{ mensual} \equiv 78\% \text{ anual}$	$i = 5\% \text{ mensual} \equiv 60\% \text{ anual}$
$t = 2 \text{ años}$	$t = 3 \text{ años}$
$I = \frac{C \times i \times t}{100}$	$I = \frac{C \times i \times t}{100}$
$I = \frac{1300(78)(2)}{100}$	$I = \frac{1300(60)(3)}{100}$
$I = 2028 \text{ soles}$	$I = 2340 \text{ soles}$

Respuesta: Le conviene la primera propuesta porque solo pagaría S/2028 de interés.

1. ¿Por qué en la primera propuesta se considera una tasa de interés del 78%?

3. Si ambas propuestas tuvieran el mismo periodo de 2 años, ¿qué propuesta le convendría a José Flores?

2. ¿Por qué en la segunda propuesta se considera una tasa de interés del 60%?

4. ¿Qué estrategia ayudó a responder la interrogante de la situación significativa?

Situación significativa B

El profesor Giancarlo Álvarez ha recibido del Ministerio de Educación una bonificación especial de S/5000 por las buenas prácticas docentes aplicadas en su institución educativa. Él decide ahorrar esta bonificación. Para ello, tiene dos opciones: la primera es depositar el dinero a una tasa de interés simple del 1,2 % mensual por un periodo de 2 años y la segunda es depositar el dinero con un interés simple del 12 % anual durante 2 años. ¿Cuál de las dos opciones le conviene?

Resolución

Se organiza la información en un diagrama tabular para determinar el interés en cada una de las opciones.

Primera opción	Segunda opción
$C = S/5000$	$C = S/5000$
$i = 1,2\% \text{ mensual} \equiv 14,4\% \text{ anual}$	$i = 12\% \text{ anual}$
$t = 2 \text{ años}$	$t = 2 \text{ años}$
$I = \frac{5000(14,4)(2)}{100}$	$I = \frac{5000(12)(2)}{100}$
$I = 1440 \text{ soles}$	$I = 1200 \text{ soles}$

Respuesta: Le conviene la primera opción porque le darán por su ahorro S/1440 de interés, mientras que en la segunda opción solo ganará S/1200 de interés.

1. ¿Por qué para el procedimiento de la primera opción se considera una tasa de interés de 14,4 % y no la propuesta en la situación significativa de 1,2 %?

2. ¿Por qué para el procedimiento de la segunda opción se considera la misma tasa de interés mencionada, es decir, 12 %?

Situación significativa C

El señor Fernández decide adquirir un auto con el fin de realizar servicios de taxi. El precio del vehículo es de S/48 000, pero solo dispone de S/12 500. Entonces, decide financiar el dinero que le falta por medio de una entidad bancaria.

Tiene las siguientes opciones:

- El Banco ABCREDIT: por 4 años con una tasa de interés de 4,8 % anual.
- La Caja Municipal de Ahorros y Créditos Perumás: por 5 años con una tasa de interés de 0,5 % mensual.

¿Cuál de las dos opciones le conviene?

Aprendemos a partir del error

Resolución

Se organiza la información en un diagrama tabular para determinar el interés en cada una de las opciones.

Si el precio del vehículo es de S/48 000 y dispone de S/12 500, entonces lo que debe financiar está dado por la diferencia entre estos valores.

$$48\,000 - 12\,500 = 35\,500$$

El monto que debe financiar es S/35 500.

Banco ABCREDIT	Caja Municipal de Ahorros y Créditos Perumás
$C = S/35\,500$	$C = S/35\,500$
$i = 4,8\% \text{ anual}$	$i = 0,5\% \text{ mensual}$
$t = 4 \text{ años}$	$t = 5 \text{ años}$
$I = \frac{35\,500(4,8)(4)}{100}$	$I = \frac{35\,500(0,5)(5)}{100}$
$I = 6816 \text{ soles}$	$I = 887,5 \text{ soles}$

Respuesta: Le conviene financiar el dinero con la Caja Municipal de Ahorros y Créditos Perumás, porque solo pagará S/887,5 de intereses.

1. ¿Son correctos los procedimientos realizados? Sustenta tu respuesta.

2. De no ser correcto el procedimiento, corrige el error y da respuesta a la pregunta de la situación significativa.

El cheque del abuelo

Gian Piero, cuando tenía la edad de 8 años, recibió un cheque de su abuelo por S/500 el día que ganó los juegos deportivos escolares nacionales en la disciplina de natación. Este monto fue depositado por su papá en una cuenta de ahorros al 12 % de interés simple anual.

Con la información dada, responde las preguntas 3 y 4.

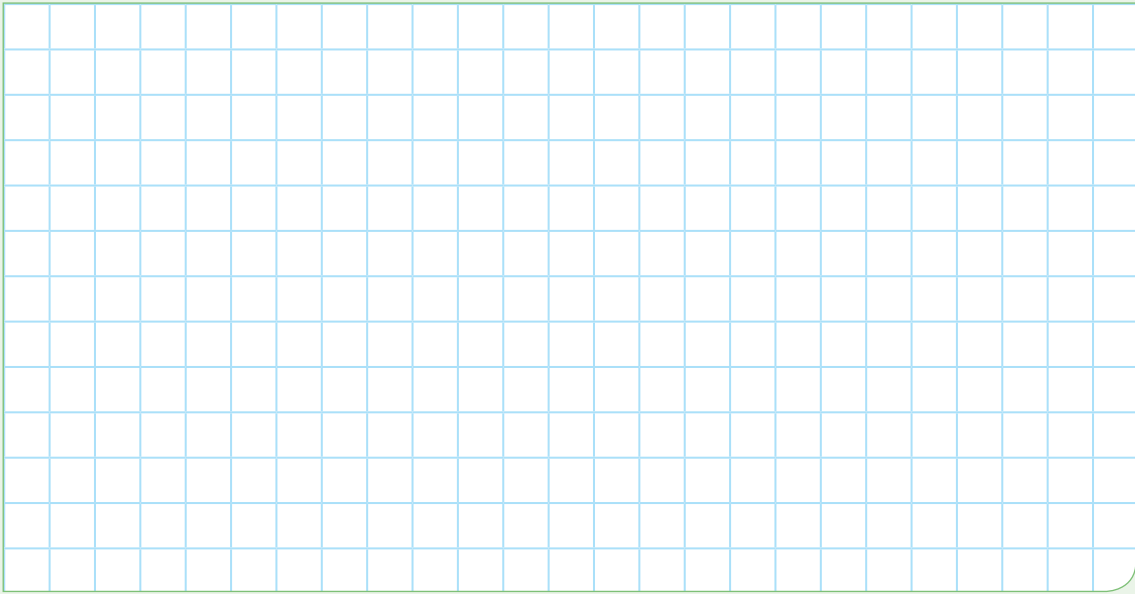
3. Si actualmente Gian Piero tiene 26 años, ¿cuál es el interés generado por el regalo de su abuelo?

a) S/10 800

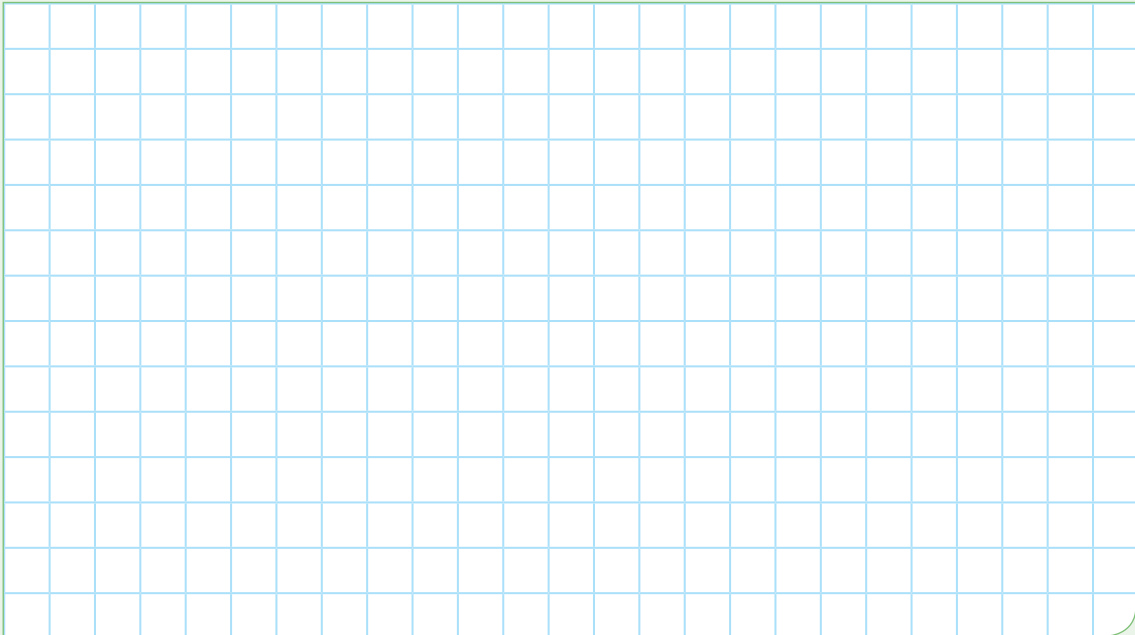
b) S/1080

c) S/9520,04

d) S/1580



4. ¿Cuánto habrá acumulado en su cuenta de ahorros?



10. Relaciona los créditos o préstamos con la tasa de interés correspondiente.

A. CRÉDITOS EN 5 MINUTOS

Por S/4000 pagas S/180 de interés en un mes.

Capital: S/4000

Interés: S/180

Tiempo: 1 mes

TASA DE INTERÉS I



r = 1,8 % mensual

B. TE PRESTAMOS AL TOQUE

Pagas S/120 de interés por S/3000 en 2 meses.

Capital: S/3000

Interés: S/120

Tiempo: 2 meses

TASA DE INTERÉS II



r = 2,5 % anual

C. PRÉSTAMO FÁCIL

En 5 meses, por S/2000, pagas S/180 de interés.

Capital: S/2000

Interés: S/180

Tiempo: 5 meses

TASA DE INTERÉS III



r = 24 % anual

D. CRÉDITO RÁPIDO

En 12 meses pagas S/125 de interés por S/5000.

Capital: S/5000

Interés: S/125

Tiempo: 12 meses \equiv 1 año

TASA DE INTERÉS IV



r = 4,5 % mensual



Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios, asociamos estas relaciones y las representamos, con formas tridimensionales (prismas y cilindros), sus elementos y propiedades de volumen, área y perímetro; seleccionamos y adaptamos estrategias o procedimientos para determinar la longitud, el perímetro, el área o el volumen de prismas y cuerpos de revolución empleando unidades convencionales.

Decoramos y construimos envases

Para una fiesta infantil, Susana arma envases para dulces de distintas formas.

Envase 1: El diámetro de la base es 8 cm y la altura, 12 cm. (Considerar $\pi \approx 3,14$).

Envase 2: Tiene dos caras cuadradas de 8 cm de lado y cuatro caras rectangulares de 8 cm \times 12 cm.

ENVASE 1



Fuente: <https://goo.gl/SDtZis>

ENVASE 2



Fuente: bit.ly/2LQ8mKe

1. ¿En cuál de los dos modelos de envases caben más dulces?
2. ¿Qué relación hay entre el volumen de los dos modelos de envases? Justifica tu respuesta.

Comprendemos el problema

1. ¿Qué forma tienen los envases?

2. ¿Qué forma tiene la base del envase 1?

3. ¿Qué forma tiene la base del envase 2?

4. Representa el envase 1 con un dibujo, señala su altura y su diámetro.

5. Representa el envase 2 con un dibujo, señala su altura y la longitud del lado de su base.

6. ¿Cuánto mide la altura de los envases? Plantea una conclusión.

7. ¿Qué se pide hallar en las preguntas de la situación significativa?

Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

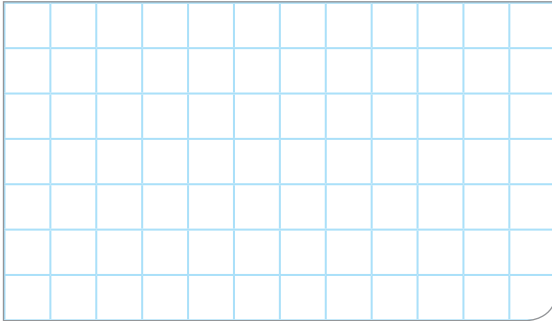
1. Describe el procedimiento que seguirías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

2. ¿Cómo calcularías el volumen del envase 1? Explica.

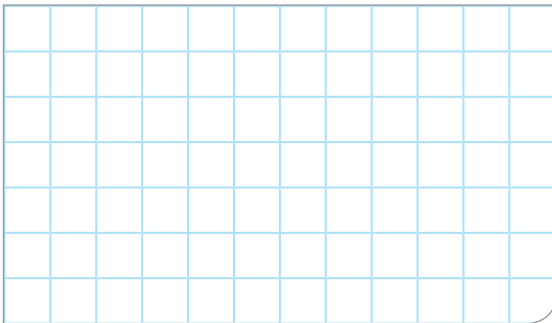
3. ¿Cómo calcularías el volumen del envase 2? Explica.

Ejecutamos la estrategia o plan


1. Recuerda las fórmulas para hallar el volumen del cilindro y del prisma. Anótalas.



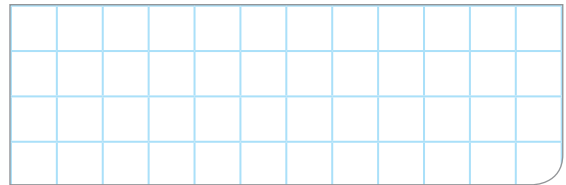
2. Halla el volumen del envase 1, considerando los datos que se presentan en la situación significativa ($\pi \approx 3,14$).



3. Halla el volumen del envase 2, considerando los datos que se presentan en la situación significativa.



4. ¿En cuál de los dos envases caben más dulces?

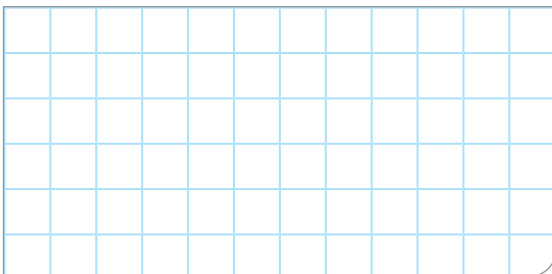


5. Encuentra la relación entre el volumen del envase 2 y el del envase 1.

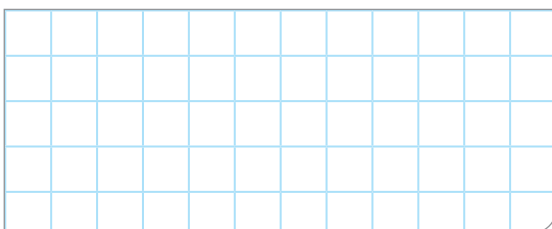


Reflexionamos sobre el desarrollo

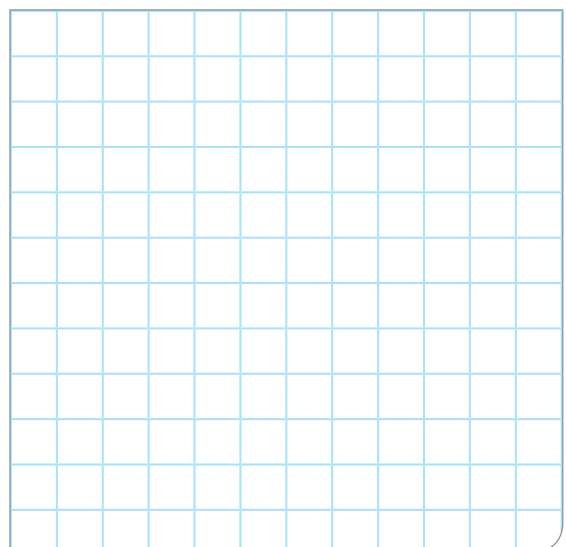
1. Si utilizáramos cartulina para la elaboración del envase 1, ¿cuál sería el área que se requiere?



2. Si utilizáramos cartulina para la elaboración del envase 2, ¿cuál sería el área que se requiere?



3. ¿Existe alguna relación entre el área total del envase 1 y el área total del envase 2? ¿Cómo es la relación entre los volúmenes 1 y 2? Explica tu respuesta.



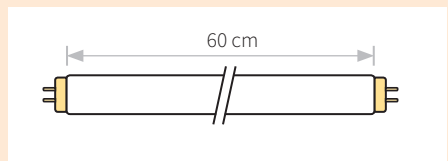


Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Expresamos con dibujos y con lenguaje geométrico nuestra comprensión sobre las propiedades de los prismas y el cilindro para interpretar un problema según el contexto, estableciendo relaciones entre representaciones. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades que descubrimos entre los objetos, entre objetos y formas geométricas, y entre las formas geométricas; además, sobre la base de la observación de casos, comprobamos o descartamos la validez de la afirmación mediante ejemplos y propiedades geométricas.

Situación significativa A

Un fabricante de fluorescentes se olvidó cuánto gas argón a condiciones normales de presión y temperatura debe poner dentro de un fluorescente tubular como el mostrado en la imagen. Solo recuerda que tiene $150\pi \text{ cm}^2$ de superficie de vidrio. ¿Qué debería hacer? ($\pi \approx 3,14$).



Fuente: <https://goo.gl/r8wRWn>

Resolución

- Para calcular el volumen de gas en el fluorescente, se debe conocer el radio.
- Como solo se sabe la superficie de vidrio utilizado, entonces primero se debe hallar el radio y luego el volumen de gas argón.
- Como la superficie de vidrio del cilindro (fluorescente) es de $150\pi \text{ cm}^2$, usamos la siguiente fórmula para hallar el valor de r :

$$2\pi \cdot r \cdot h = 150\pi$$

$$2\pi \cdot r \cdot 60 = 150\pi$$

Y se despeja r de la igualdad:

$$r = \frac{150\pi}{60 \cdot 2\pi}$$

$$r = 1,25 \text{ cm}$$

- Esto servirá para la fórmula de volumen del cilindro:

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

$$V = (3,14)(1,25)^2(60)$$

$$V = 294,375 \text{ cm}^3$$

Respuesta: En el interior del fluorescente, debe ponerse gas argón equivalente a $294,375 \text{ cm}^3$.

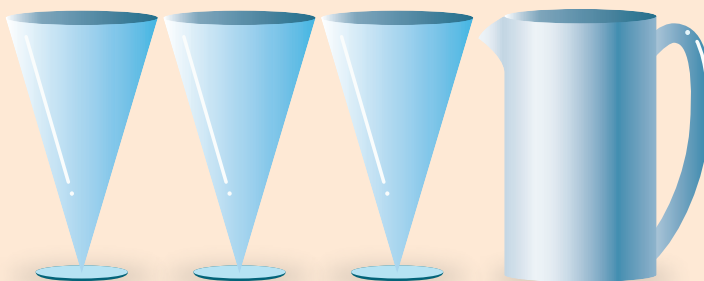
1. ¿Qué cuerpo geométrico representa la imagen de la situación significativa?

2. ¿Qué diferencia hay entre la superficie del cilindro y el volumen del cilindro?

3. ¿Qué diferencia hay entre capacidad y volumen?

Situación significativa C

En la siguiente imagen, se observa una jarra y tres vasos con la misma altura y la misma medida de abertura. Juan se dispone a compartir el contenido de la jarra con dos amigos, pero no sabe si le alcanzará (piensa que sería injusto servirle menos cantidad de jugo a uno de ellos). ¿Podrá Juan compartir el contenido de la jarra en tres vasos llenos?



Aprendemos a partir del error

Resolución

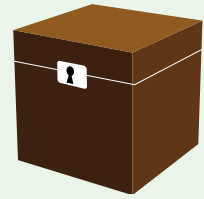
- Se trata de saber si el contenido de la jarra será suficiente para tres vasos y que todos tengan la misma cantidad.
- Se sabe que el vaso y la jarra tienen el mismo tamaño de abertura y altura. La jarra tiene forma de cilindro y los vasos, forma de cono invertido.
- Se desea saber la cantidad de jugo, es decir, el volumen.
- Según las fórmulas de volumen, el cilindro y el cono tienen una relación de 2 a 1.

Respuesta: Se puede decir que la jarra contiene exactamente dos vasos llenos, por lo que Juan no podrá invitar el contenido de la jarra a sus dos amigos.

1. ¿Cuánto es la relación entre el volumen de un cono y de un cilindro que tienen la misma altura y el mismo diámetro?

2. Si el procedimiento no es correcto, ¿dónde se cometió el error y cuál es tu respuesta a la pregunta de la situación significativa?

3. Se desea barnizar por su exterior este cofre, cuyas aristas son iguales a 6 cm. ¿Qué área en centímetros cuadrados (cm^2) se tendrá que barnizar?

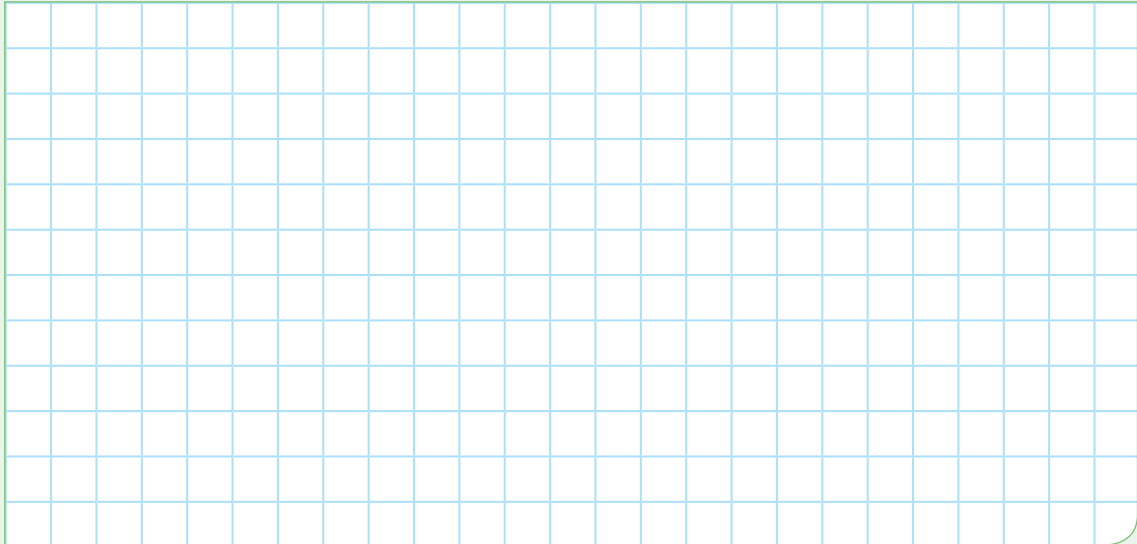


a) 187 cm^2

b) 216 cm^2

c) 310 cm^2

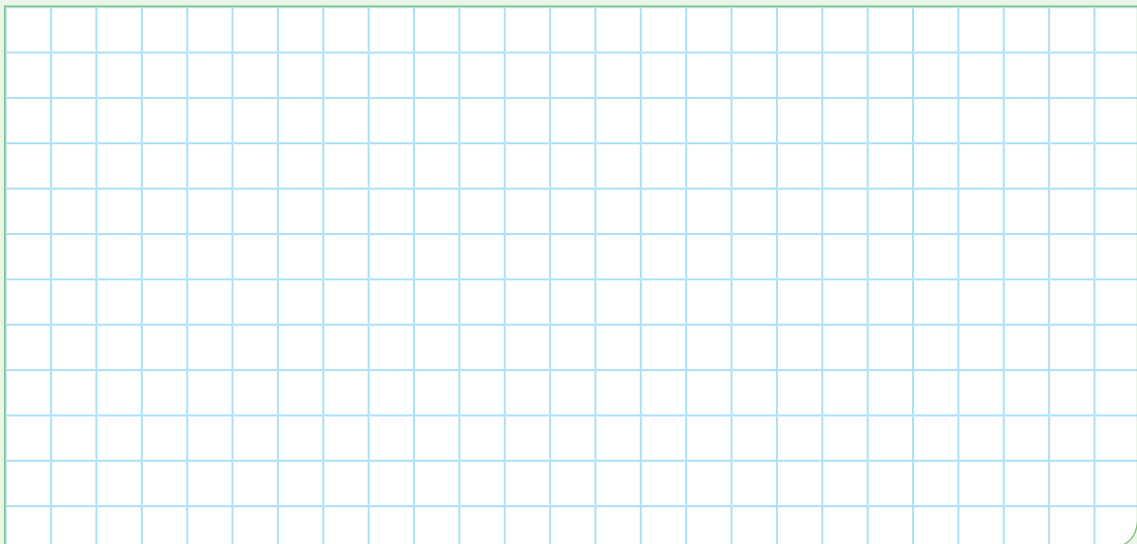
d) 410 cm^2



4. Noemí desea envolver con cinta blanca alrededor de la siguiente vela. ¿Cuál será el área mínima de la cinta blanca alrededor de la vela, sabiendo que el diámetro de la vela es 12 cm y su altura es 20 cm?



Fuente: <https://goo.gl/d7615s>



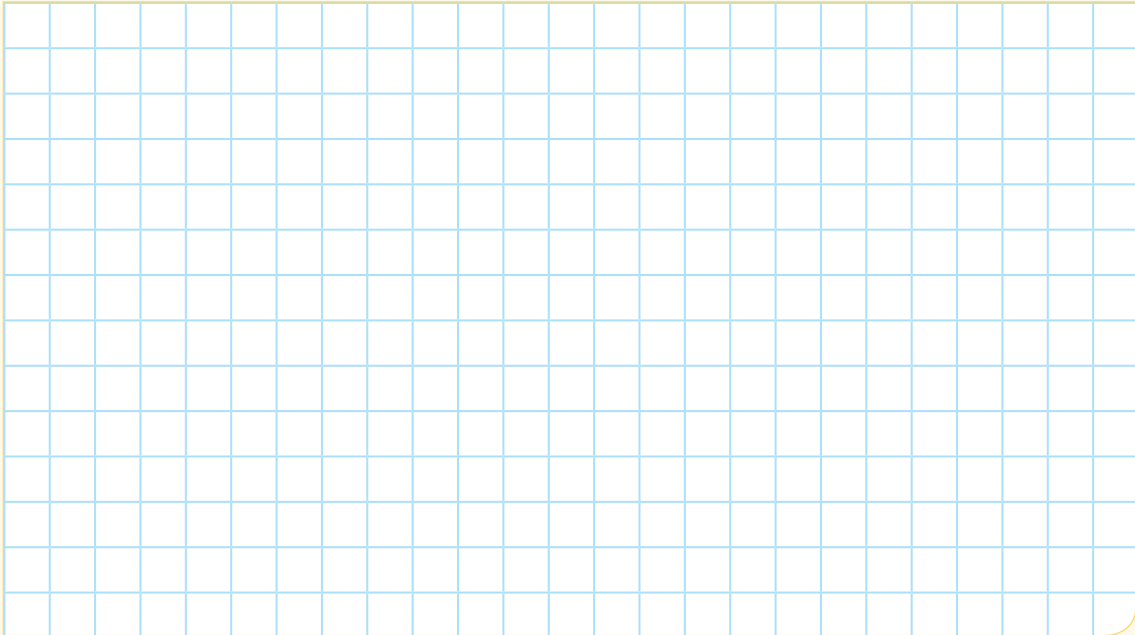
5. En un almacén de dimensiones 5 m de largo, 3 m de ancho y 2 m de alto, queremos almacenar cajas cuyas dimensiones son 100 cm de largo, 60 cm de ancho y 40 cm de alto. ¿Cuántas cajas podremos almacenar?

a) 30 cajas

b) 240 cajas

c) 125 cajas

d) 150 cajas



6. A excepción de la base, se quiere pintar de un solo color todo el exterior de un baúl como el de la imagen. Si el ancho y la altura miden 60 cm y el largo, 1 m, ¿cuánto mide la superficie que se debe pintar?



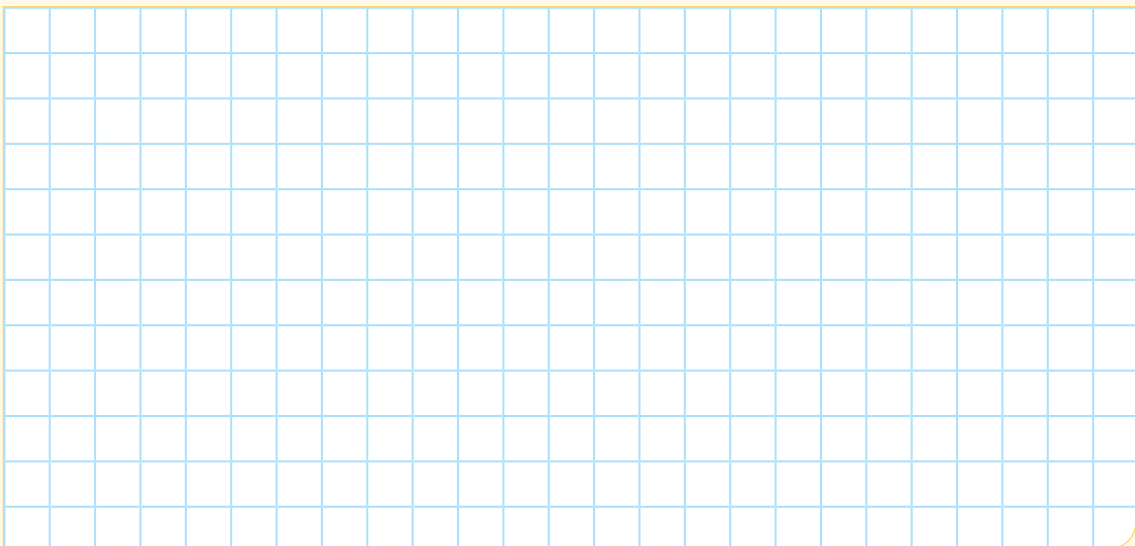
Fuente: <https://goo.gl/uS3q4a>

a) 25 200 cm²

b) 18 392 cm²

c) 21 846 cm²

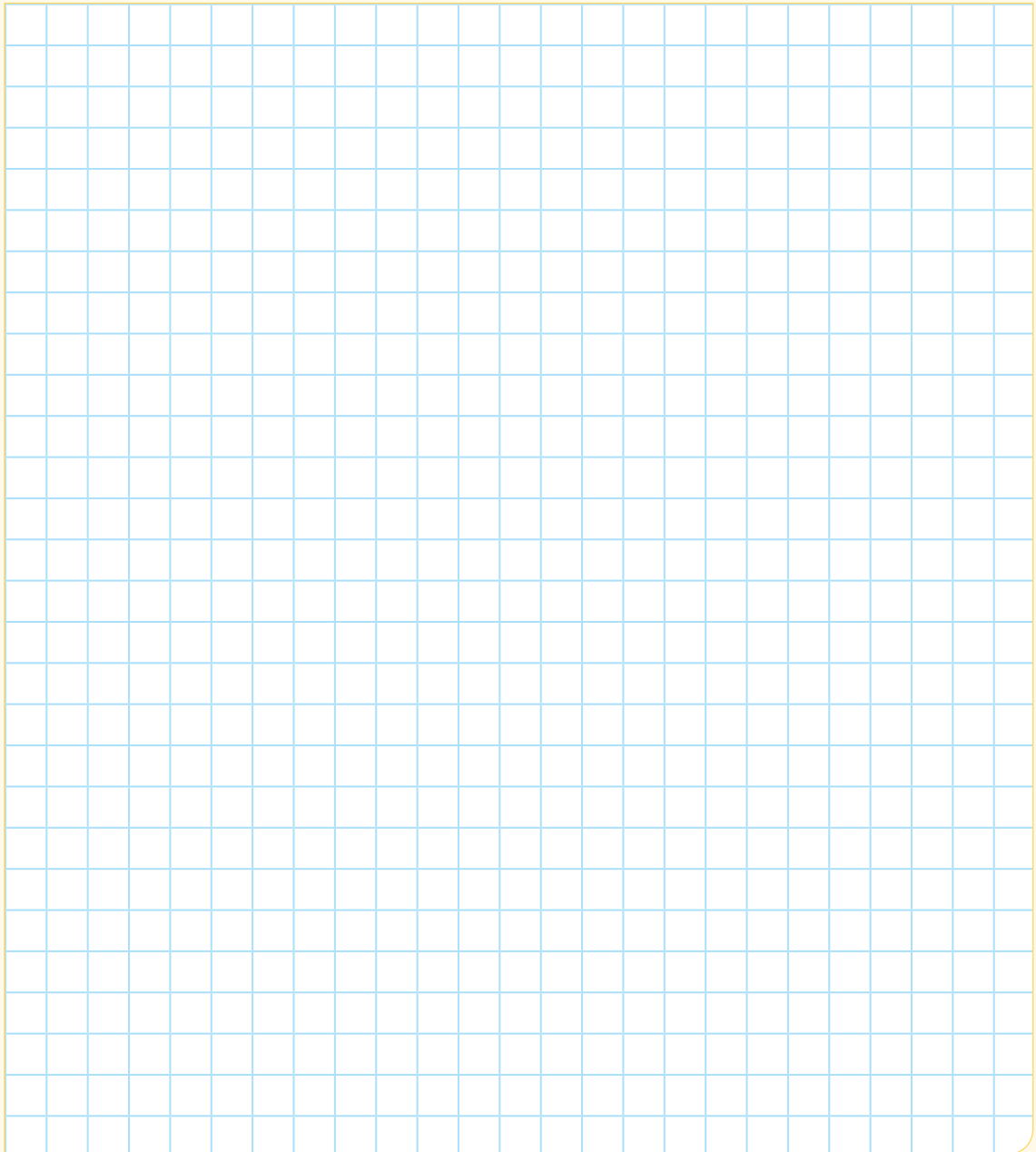
d) 34 092 cm²



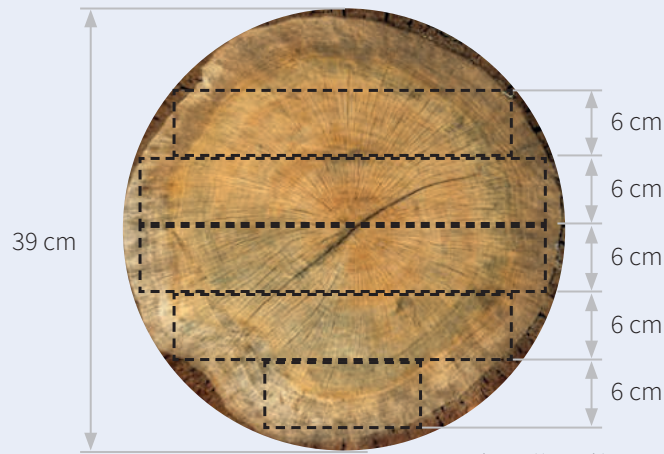
7. Caja de diseño

Una empresa que elabora herramientas para mecánica encarga a otra empresa cajas de metal con las siguientes especificaciones:

- Las cajas deben tener forma de prisma cuya base sea un rectángulo en el que una de las dimensiones sea el doble de la otra.
 - La altura de las cajas debe coincidir con la medida menor de la base.
- a. Haz un esquema que represente la caja que han encargado.
 - b. Calcula la superficie total de la caja en función de la medida del lado.

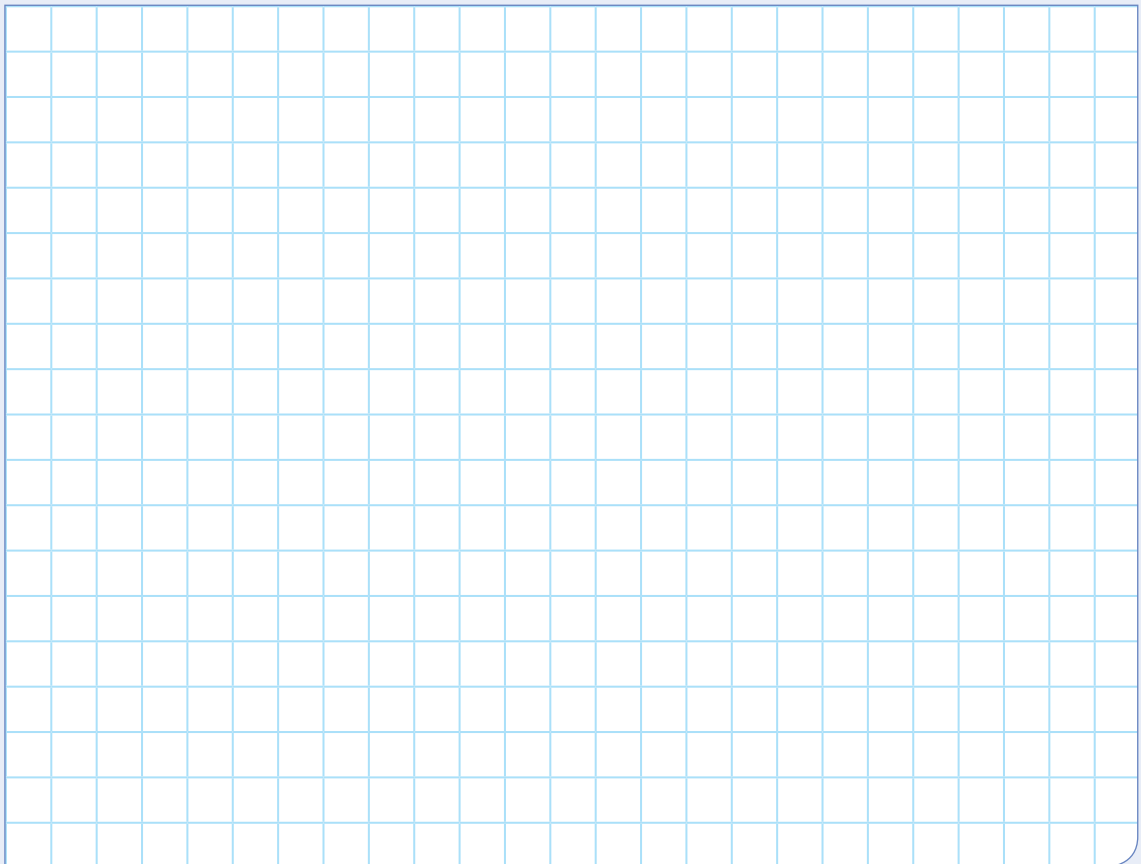


10. Se necesita aserrar el tronco de un árbol que mide 39 cm de grosor y 7 m de largo para obtener las tablas que muestra la vista transversal.



Fuente: <https://goo.gl/np76z5>

- Calcula el volumen del tronco.
- ¿Cuántos metros cúbicos (m^3) de madera pueden ser utilizados para las tablas?
- ¿Cuál es el porcentaje de pérdida de madera?



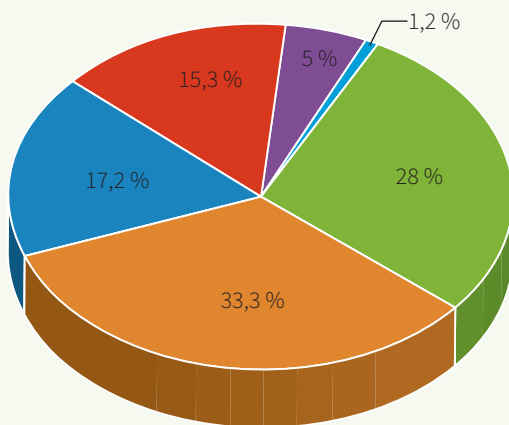


Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Determinamos las condiciones y el espacio muestral de una situación aleatoria. Asimismo, representamos la probabilidad de un suceso a través de su valor decimal o fraccionario; a partir de este valor, determinamos si un suceso es probable o muy probable que ocurra. Además, seleccionamos y empleamos procedimientos para determinar la probabilidad de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace y sus propiedades.

Una visita al museo

La siguiente gráfica muestra la edad de un grupo de personas que entró al Museo de la Nación de Lima un domingo cualquiera.



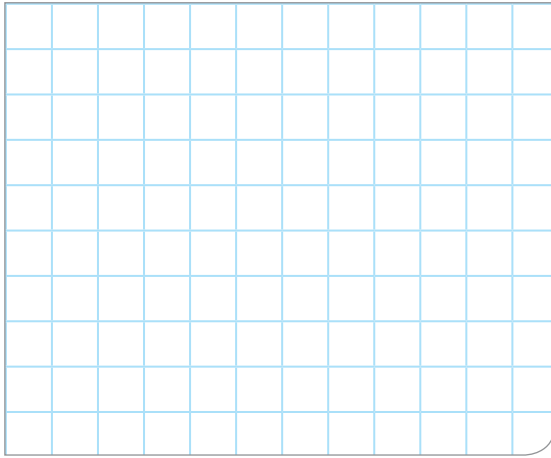
Total: 261 personas

- Menor de 11 años: 5 % (13 personas)
- De 12 a 17 años: 1,2 % (3 personas)
- De 18 a 24 años: 28 % (73 personas)
- De 25 a 34 años: 33,3 % (87 personas)
- De 35 a 54 años: 17,2 % (45 personas)
- De 55 años en adelante: 15,3 % (40 personas)

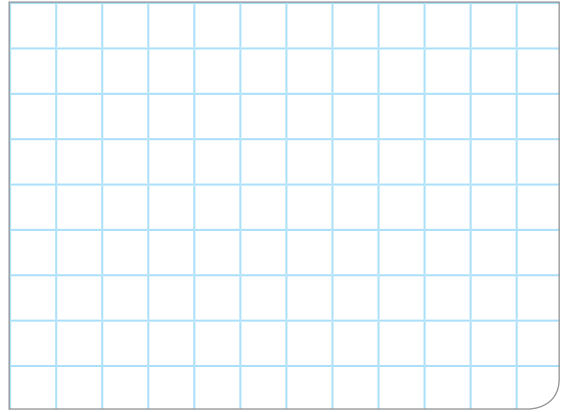
1. ¿Cuál es la probabilidad que tiene un agente de seguridad dentro del Museo de la Nación para encontrar una persona mayor de 35 años? Justifica tu respuesta.
2. Dentro del Museo de la Nación, ¿qué es lo más probable, hallar una persona de 25 a 54 años o hallar una persona que sea menor de edad?

Comprendemos el problema

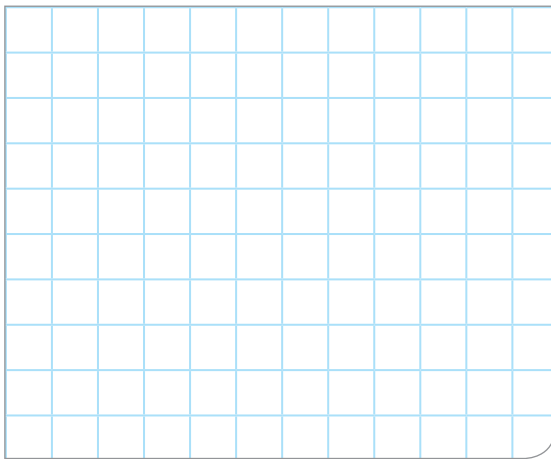
1. ¿Cuántas personas asistieron al museo el domingo?



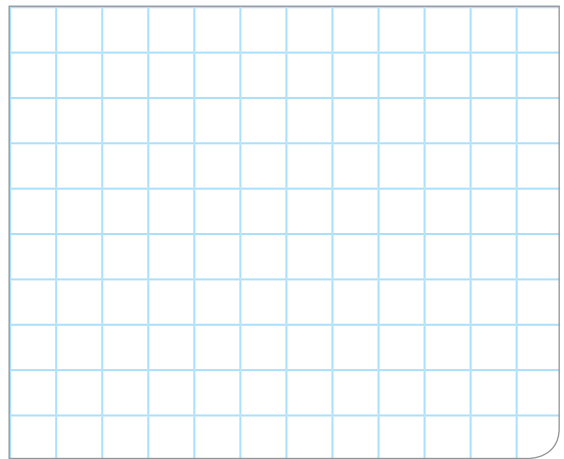
3. ¿Cuántas personas mayores de 35 años de edad ingresaron al museo el domingo?



2. ¿Cuántas personas de 25 a 34 años de edad ingresaron al museo el domingo?

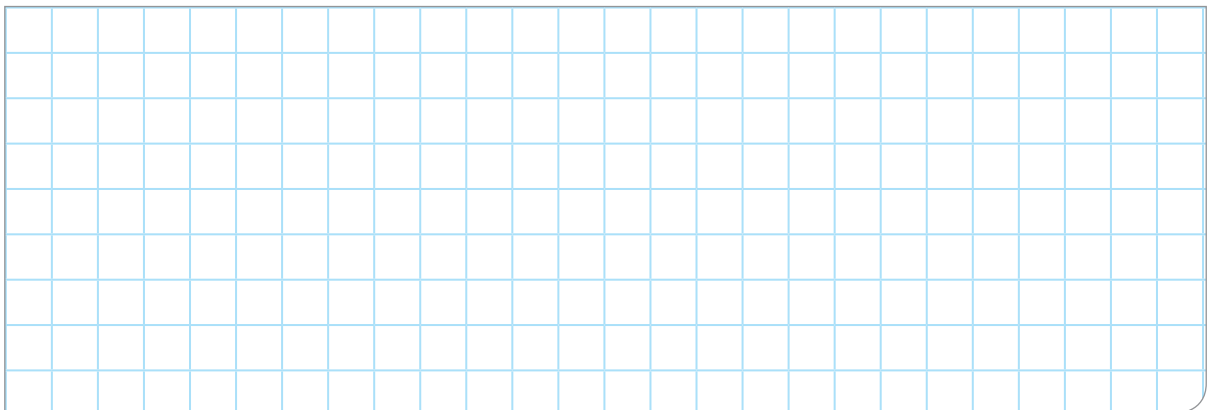


4. ¿Cuántas personas menores de edad ingresaron al museo el domingo?



Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.



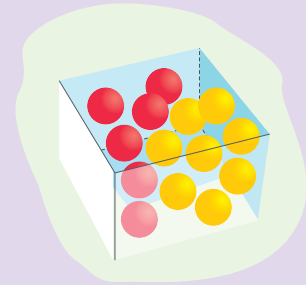


Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Expresamos con diversas representaciones el valor de la probabilidad de sucesos independientes y dependientes de una situación aleatoria; además, planteamos afirmaciones sobre sucesos aleatorios y las justificamos. Reconocemos errores en nuestras justificaciones y los corregimos.

Situación significativa A

La profesora Liz lleva en una urna 14 esferas, de las cuales 8 son de color amarillo y el resto es de color rojo. Uno de los estudiantes del tercer grado extrae sin ver dos esferas, una por una. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas esferas sean de color amarillo?



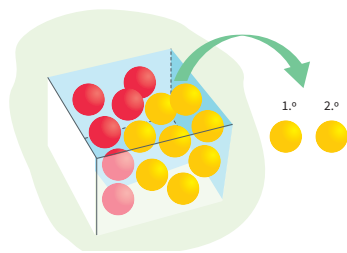
Resolución

Al extraer las esferas una por una, se entiende que se da en forma sucesiva y sin reposición, por lo que se trata de una probabilidad de sucesos dependientes.

Dos sucesos son dependientes cuando el resultado del primero influye en la probabilidad del segundo y se calcula multiplicando la probabilidad del primer suceso por la probabilidad del segundo suceso, habiendo ocurrido el primero.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A)$$

Del enunciado, se tiene:



- Suceso A, que una de las esferas sea amarilla.

N.º de casos favorables A: 8

N.º de casos posibles: 14

$$P(A) = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$

- Suceso (B/A), que la siguiente esfera sea amarilla, habiendo salido una amarilla en la primera extracción.

N.º de casos favorables (B/A): 7

N.º de casos posibles: 13

$$P(B/A) = \frac{7}{13} \rightarrow \text{Sin reposición}$$

Por lo tanto, la probabilidad de que ambas esferas sean de color amarillo es:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B/A) = \frac{4}{7} \times \frac{7}{13} = \frac{4}{13}$$

1. Describe el procedimiento que permitió dar respuesta a la pregunta de la situación significativa.

2. La profesora propone el juego a una estudiante. ¿Cuál es la probabilidad de que al extraer dos esferas, una por una sin reposición, ambas sean de color rojo? Justifica tu respuesta.

Situación significativa B

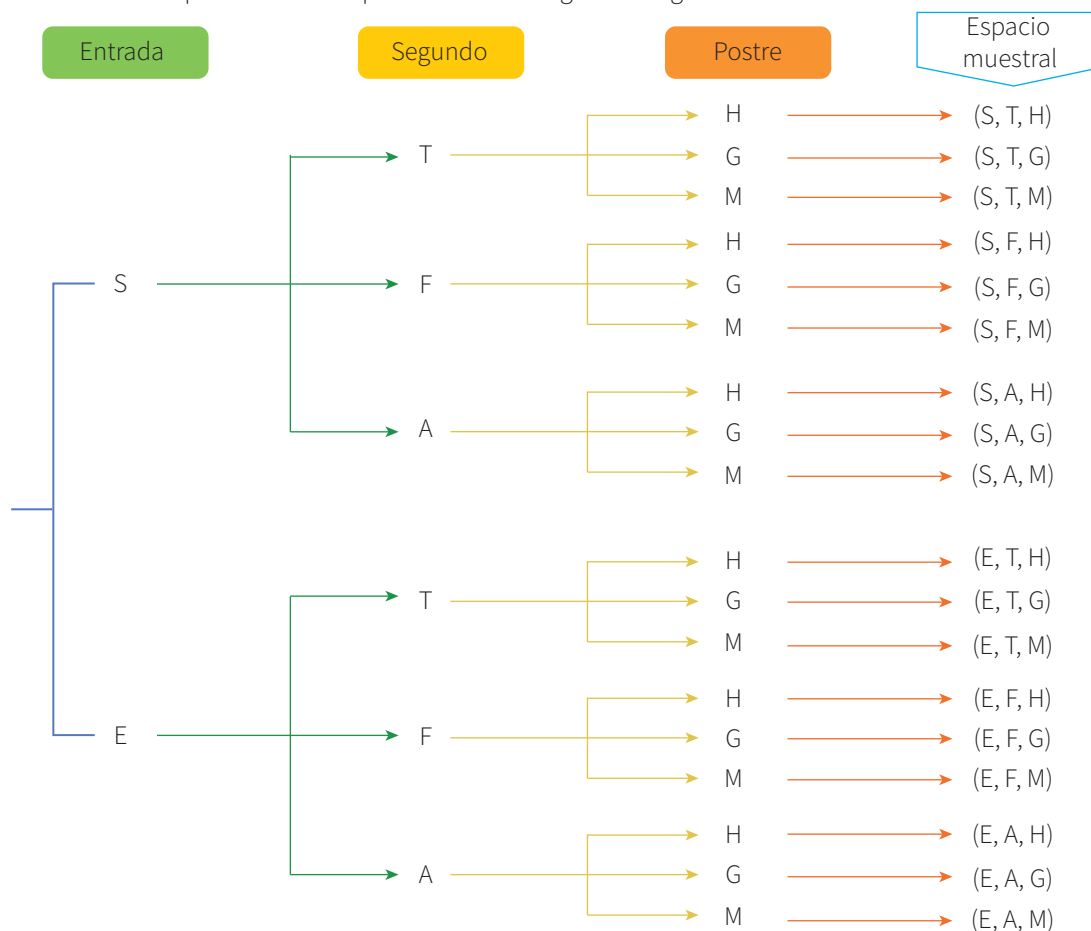
Por el cumpleaños de uno de sus hijos, la familia Salazar acude al restaurante Sabor & Color y observa el menú del día en el cartel de la derecha. Lo peculiar de este restaurante es que uno tiene que pedir su menú al azar, es decir, existen tres cajas con papelitos con los nombres de las entradas, segundos y postres.

¿Cuál es la probabilidad de escoger al azar un menú, cuya entrada incluya una ensalada y cuyo segundo sea un filete de pollo?



Resolución

Se determinará el espacio muestral aplicando la estrategia del diagrama de árbol:



Se tienen 18 combinaciones, que constituyen el espacio muestral.

$$\Omega = \{(S, T, H), (S, T, G), (S, T, M), (S, F, H), (S, F, G), (S, F, M), (S, A, H), (S, A, G), (S, A, M), (E, T, H), (E, T, G), (E, T, M), (E, F, H), (E, F, G), (E, F, M), (E, A, H), (E, A, G), (E, A, M)\}$$

Que la entrada sea una ensalada y el segundo sea un filete de pollo son dos sucesos independientes.

Situación significativa C

En el taller de mecánica de Manuel se saca cita para ser atendido, teniendo una capacidad de atención para el día lunes de la siguiente manera:

Mañana	Tarde
5 autos para problemas eléctricos	3 autos para problemas eléctricos
6 autos para problemas mecánicos	9 autos para problemas mecánicos
3 autos para planchado	4 autos para planchado



Si Manuel recibe la primera llamada de un cliente para separar una cita, se desea saber:

- ¿Cuál es la probabilidad de que la llamada recibida sea de un cliente que quiera atenderse por la tarde?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la llamada recibida sea de un cliente que tenga problemas mecánicos?
- ¿Cuál es la probabilidad de que la llamada recibida sea de un cliente que quiera arreglar su auto en la mañana y no tenga problemas eléctricos?

Aprendemos a partir del error

Resolución

Ordenamos los datos en una tabla:

Problema \ Turno	Eléctrico	Mecánico	Planchado	Total
Mañana	5	6	3	14
Tarde	3	9	4	16
Total	8	15	7	30

- a. Calculamos la probabilidad de que los automóviles se atiendan por la tarde:

- Suceso T, el automóvil se atiende por la tarde.

N.º de casos favorables al suceso T: 16

N.º de casos posibles Ω : 30

$$P(T) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$

- b. Calculamos la probabilidad de que los automóviles se atiendan por problemas mecánicos.

- Suceso M, el automóvil se atiende por problemas mecánicos.

N.º de casos favorables al suceso M: 15

N.º de casos posibles Ω : 30

$$P(M) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}}$$

$$P(M) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

- c. La probabilidad de que un automóvil no tenga problemas eléctricos y sea atendido por la mañana.
 - Suceso E, el automóvil se atiende por problemas eléctricos por la mañana.

N.º de casos favorables (mañana) E: 5

N.º de casos posibles (problemas eléctricos) Ω : 14

$$P(E) = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}} = \frac{5}{14} \approx 0,36$$

Respuestas:

- a. 8 de cada 15 automóviles se atiende por la tarde.
 b. 1 de cada 2 automóviles se atiende por problemas mecánicos.
 c. Hay una probabilidad de 0,36 de que un automóvil con problemas eléctricos sea atendido por la mañana.

1. ¿Qué estrategias se emplearon para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa?

3. ¿Son correctos los procedimientos en la resolución? De no ser así, corrige y determina las probabilidades correctas.

2. ¿La probabilidad puede ser mayor que 1? Justifica tu respuesta.

4. Determina la probabilidad de que un automóvil sea planchado en la mañana.



Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Determinamos las condiciones y el espacio muestral de una situación aleatoria; representamos la probabilidad de un suceso a través de su valor decimal o fraccionario. A partir de este valor, determinamos si un suceso es probable o muy probable que ocurra. Asimismo, seleccionamos y empleamos procedimientos para determinar la probabilidad de una situación aleatoria mediante la regla de Laplace y sus propiedades. También expresamos con diversas representaciones el valor de la probabilidad de sucesos independientes y dependientes de una situación aleatoria. Además, planteamos afirmaciones sobre sucesos aleatorios y las justificamos, y reconocemos errores en nuestras justificaciones y los corregimos.

1. La profesora Jennifer, del área de Matemática del tercer grado de secundaria, luego de corregir sus evaluaciones de salida, registra los resultados en la siguiente tabla:

Puntaje	Inicio	Proceso	Satisfactorio
	0 - 10	11 - 13	14 - 20
Cantidad de estudiantes	12	10	8

Al elegir a un estudiante del aula al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no tenga un puntaje satisfactorio?

a) $\frac{11}{15}$

b) $\frac{4}{15}$

c) $\frac{2}{5}$

d) $\frac{1}{3}$

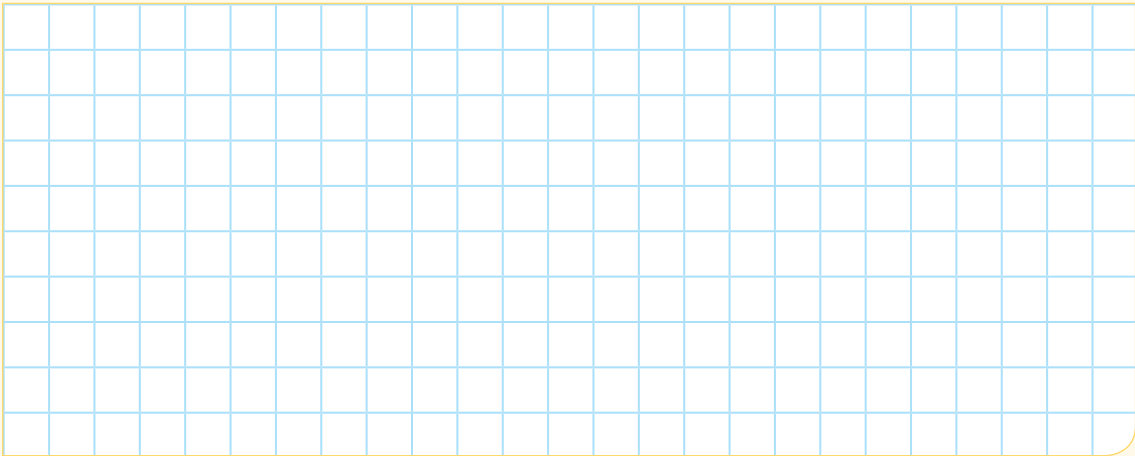
5. Ellos deciden juntar todas las bolas en una sola caja, luego Pamela extrae tres bolas, una por una y sin reposición. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres esferas sean de color verde?

a) $\frac{5}{11}$

b) $\frac{9}{10}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{11}$

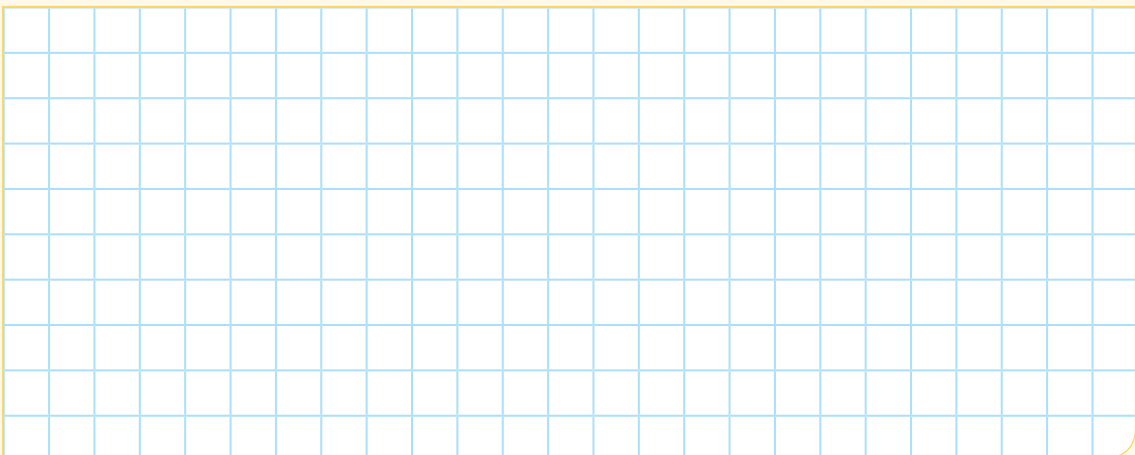


6. Una entidad financiera realiza un estudio sobre el número de tarjetas de crédito que tienen los trabajadores del sector público. La probabilidad de que estos trabajadores tengan cierta cantidad de tarjetas de crédito se presenta en la siguiente tabla.

N.º de tarjetas de crédito	0	1	2	3	4
Probabilidad	0,15	0,50	0,20	0,10	0,05

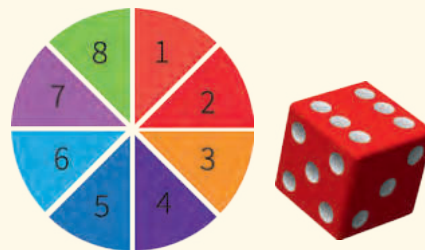
¿Cuál de los siguientes enunciados es falso?

- a) El 15 % de los trabajadores del sector público no tiene tarjeta de crédito.
- b) La probabilidad de que un trabajador del sector público tenga más de una tarjeta de crédito es de 0,35.
- c) El 50 % de los trabajadores del sector público tiene más de tres tarjetas de crédito.
- d) La probabilidad de que los trabajadores del sector público tengan una o dos tarjetas de crédito es de $\frac{7}{10}$.



El dado y la ruleta

Lucía posee un dado numerado del 1 al 6 y Emma tiene una ruleta dividida en 8 sectores. Ellas proponen a sus amigos lanzar el dado y girar la ruleta.



Fuente: <https://goo.gl/NEuzxW>

Con la información dada, responde las preguntas 7 y 8.

7. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos resultados sean impares?

A large grid of 20 columns and 20 rows, intended for writing the answer to the question.



Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos, condiciones de equivalencia y las transformamos a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen inecuaciones; además, seleccionamos y empleamos estrategias heurísticas, métodos gráficos y procedimientos matemáticos para determinar términos desconocidos, simplificar expresiones algebraicas y solucionar inecuaciones, usando propiedades de las igualdades.

Las líneas aéreas y sus condiciones de viaje

Alejandro se dispone a tomar sus vacaciones y, para ello, busca información de empresas aéreas. Averiguó por Internet las ofertas para las fechas elegidas, si le convenían las escalas, etc. Después de evaluar las ofertas de las aerolíneas Tucumán, Flyhour y Mayorsky, finalmente escogió aerolíneas Mayorsky.

Al ver las condiciones de vuelo, reconoce que las otras dos aerolíneas no seleccionadas tenían información más explícita sobre el equipaje de mano:

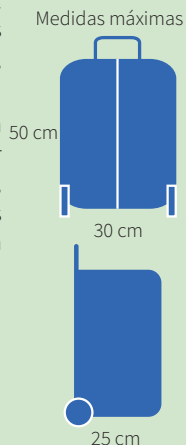
Aerolínea Tucumán

Por su seguridad y confort a bordo, el equipaje de mano debe cumplir con las medidas y peso máximo. De lo contrario, será despachado a la bodega del avión.

Todo equipaje de mano que exceda el tamaño permitido deberá ser despachado a la bodega del avión, ya que no podrá ser ubicado ni en los compartimentos superiores de la cabina de pasajeros ni debajo de los asientos.

Peso máximo

- Clase turista: 5 kg
- Clase Club Economy: 9 kg
- Internacionales: 10 kg

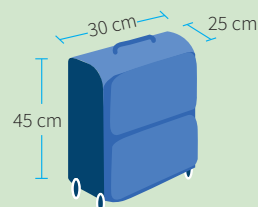


Se puede llevar en cabina un solo equipaje

de mano de 8 kg de peso por persona, que no debe superar las siguientes dimensiones (incluidas asas, tiradores y ruedas).

Objetos transportables como equipaje de mano:

Los objetos personales, como carteras, portadocumentos u ordenadores personales, son considerados equipaje de mano y pueden ser transportados en cabina ajustándose a los límites indicados.



Aerolíneas Mayorsky

Equipaje de mano:

Se permite una pieza de equipaje de mano por cliente pagando tarifa completa.

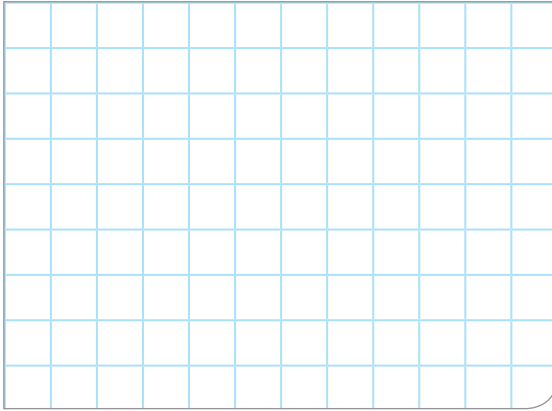
Peso máximo: 10 kg (22 libras)

La longitud máxima de las dimensiones del equipaje es la suma del largo, ancho y alto (largo + ancho + alto) y no debe superar a 114,3 cm (45 pulgadas).

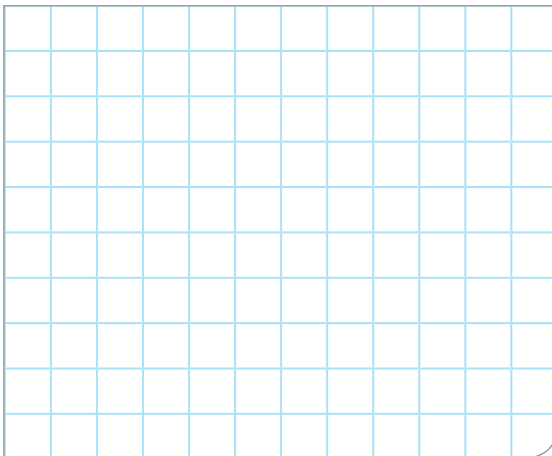
1. ¿Por qué escogió Alejandro la aerolínea Mayorsky?
2. Si Alejandro desea colocar su equipaje de mano en el compartimiento alto del avión, ¿qué valor como máximo entero tiene que medir el ancho de su maleta (en centímetros y en pulgadas), sabiendo que este ancho es la mitad del largo y la tercera parte de su altura?

Comprendemos el problema

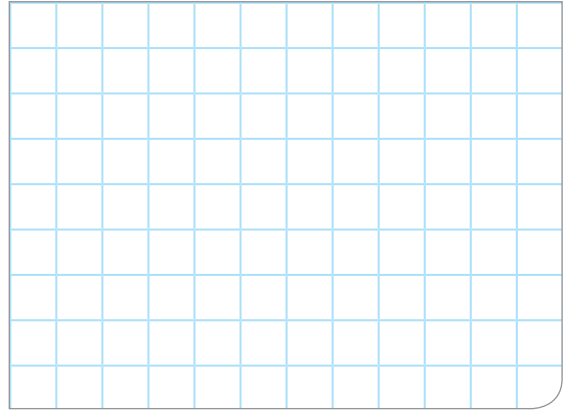
1. Respecto al equipaje, ¿qué información presenta cada una de las aerolíneas?



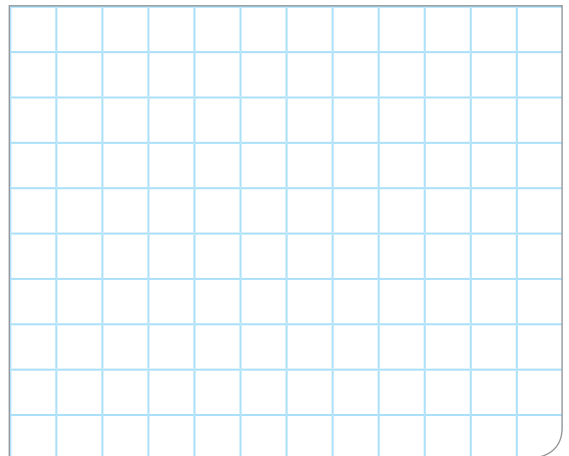
2. ¿Cuál es la longitud máxima que debe tener el equipaje en la aerolínea Mayorsky?



3. Establece la equivalencia entre pulgadas y centímetros.

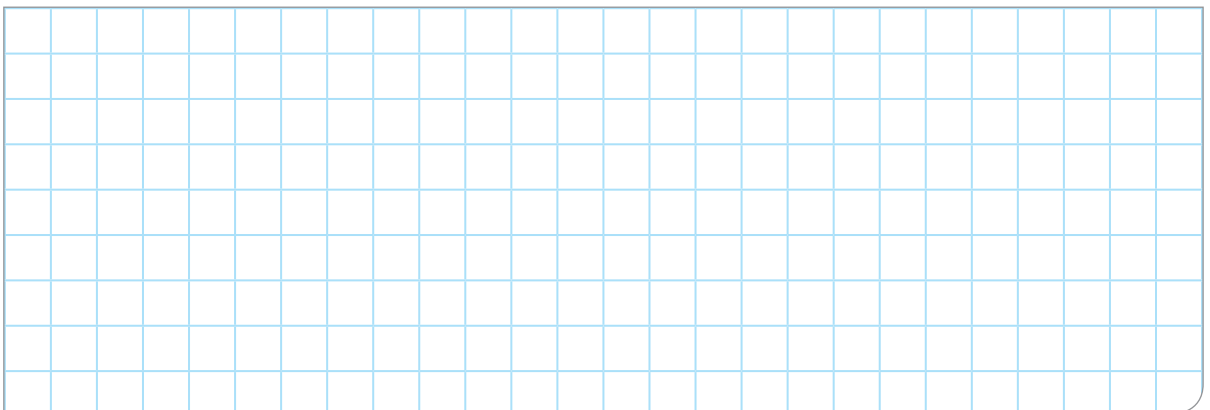


4. ¿Qué nos piden hallar las preguntas de la situación significativa?



Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a los desafíos de la situación significativa.



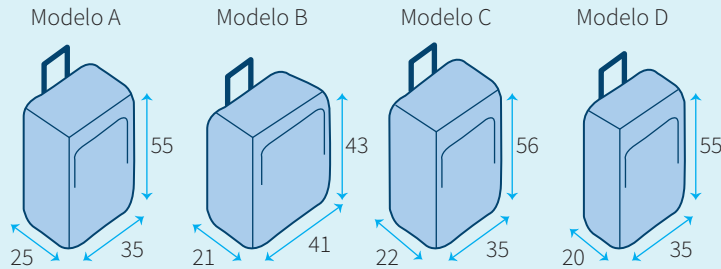


Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Expresamos con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, así como con lenguaje algebraico, nuestra comprensión sobre la solución de una inecuación lineal y establecemos conexiones entre dichas representaciones. Asimismo, justificamos con ejemplos y con propiedades matemáticas las afirmaciones de las posibles soluciones de inecuaciones lineales, y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

Miriam siempre transporta en sus viajes un equipo electrónico y su maleta de mano. Según el lugar de viaje, lleva ropa ligera o de abrigo, que pueden variar en peso y volumen. La fórmula matemática que expresa las características del volumen con que siempre podría viajar es $(x + 0,007) \text{ m}^3 \leq 0,050 \text{ m}^3$.



¿Cuál de los modelos recomendarías que use Miriam para su viaje si las dimensiones de las maletas están en centímetros (cm) y "x" representa el volumen del equipaje de Miriam?

Resolución

- Despejamos la variable x en la inecuación dada para determinar el volumen del equipaje de Miriam, que se halla multiplicando el alto \cdot largo \cdot ancho de la maleta:

$$(x + 0,007) \text{ m}^3 \leq 0,050 \text{ m}^3$$

$$x + 0,007 - 0,007 \leq 0,050 - 0,007$$

$$x \leq 0,043 \text{ m}^3$$

- Ahora se calcula el volumen de las maletas que se proponen:

$$\text{Modelo A: } V_A = 25 \times 35 \times 55 = 48\,125 \text{ cm}^3 \approx 0,048 \text{ m}^3$$

$$\text{Modelo B: } V_B = 21 \times 41 \times 43 = 37\,023 \text{ cm}^3 \approx 0,037 \text{ m}^3$$

$$\text{Modelo C: } V_C = 22 \times 35 \times 56 = 43\,120 \text{ cm}^3 \approx 0,043 \text{ m}^3$$

$$\text{Modelo D: } V_D = 20 \times 35 \times 55 = 38\,500 \text{ cm}^3 \approx 0,039 \text{ m}^3$$

Respuesta: La maleta que le recomendaría usar a Miriam sería el modelo C.


- ¿Cuál sería el conjunto solución en los reales (\mathbb{R}) de la expresión $x \leq 0,043$? Escríbelo como intervalo y en forma de conjunto, luego represéntalo en la recta numérica.

- ¿Cómo se procedió para convertir $43\,120 \text{ cm}^3$ a $0,043 \text{ m}^3$?

Situación significativa B

Señala qué aerolínea y en qué clase permiten un equipaje con las condiciones de los modelos matemáticos planteados, siendo “ x ” el peso máximo de una maleta:

- a. $2x + 10 \text{ kg} \geq 74 \text{ kg}$ b. $2x + 5 \text{ kg} \geq 69 \text{ kg}$ c. $x > 23 \text{ kg}$ d. $10 \text{ kg} + 2x \geq 90 \text{ kg}$

Tipo de equipaje	Clase	Aerolínea 1	Aerolínea 2	Aerolínea 3	Aerolínea 4	Aerolínea 5	Aerolínea 6
Equipaje permitido sin cargo 	Ejecutiva	1 bolso de mano de 10 kg y 2 maletas de 32 kg	1 bolso de mano de 10 kg y 2 maletas de 32 kg	2 bolsos de mano de 4 kg y 3 maletas de 32 kg	1 maleta de 23 kg	1 bolso de 5 kg + 1 pieza de 23 kg	1 bolso de 5 kg + 1 pieza de 20 kg
	Económica	1 bolso de mano de 10 kg y 2 maletas de 23 kg	1 bolso de mano de 10 kg y 2 maletas de 25 kg	1 bolso de mano de 5 kg y 2 maletas de 32 kg	1 maleta de 23 kg	1 bolso de 5 kg + 1 pieza de 23 kg	1 bolso de 5 kg + 1 pieza de 15 kg

Resolución

- Despejamos la variable “ x ” en cada inecuación para tener más claro el peso máximo de la maleta:

a. $2x + 10 \text{ kg} \geq 74 \text{ kg}$

$$x \geq 32 \text{ kg}$$

En este modelo matemático, se tiene lo siguiente: 2 maletas que pesen 32 kg a más y un equipaje de mano de 10 kg.

- Aerolínea 1, ejecutiva
- Aerolínea 2, ejecutiva

b. $2x + 5 \text{ kg} \geq 69 \text{ kg}$

$$x \geq 32 \text{ kg}$$

En este modelo matemático, se tiene lo siguiente: 2 maletas que pesen 32 kg a más y un equipaje de mano de 5 kg.

- Aerolínea 3, económica

c. $x > 23 \text{ kg}$

En este modelo matemático, se tiene: 1 maleta que pese más de 23 kg.

- Aerolíneas 1, 2 y 3, ejecutiva
- Aerolínea 3, económica

d. $10 \text{ kg} + 2x \geq 90 \text{ kg}$

$$x \geq 40 \text{ kg}$$

En este modelo matemático, se tiene:

1 equipaje de mano de 10 kg y 2 maletas que pesen 40 kg a más.

Ninguna aerolínea.

- ¿Qué procedimiento se siguió para responder sobre las expresiones matemáticas planteadas en la situación significativa?

- ¿Por qué la expresión matemática (d) no se ajusta a ninguna aerolínea?

Situación significativa C

En cierta aerolínea, el equipaje de los pasajeros no debe sobrepasar los 20 kg. Si un pasajero lleva tres maletas con el mismo peso, ¿cuál debe ser el peso máximo de cada una para no sobrepasar el límite dispuesto por la aerolínea?

Aprendemos a partir del error

Resolución

- Datos:

Peso de cada maleta: x

Peso de las tres maletas: $3x$

- Se debe plantear una desigualdad lineal considerando que el peso de las tres maletas no debe superar los 20 kg.

Por lo tanto, la desigualdad es:

$$3x < 20$$

$$x < \frac{20}{3} \rightarrow x < 6,666\dots$$

Respuesta:

Cada maleta debe pesar como mínimo 6,67 kg.

- 1.** ¿Es correcto afirmar que “cada maleta debe pesar como mínimo $\frac{20}{3}$ kg = $6\frac{2}{3}$ kg \approx 6,6 kg”?
Entonces, ¿es posible tener pesos mayores?

- 2.** Si el procedimiento no es correcto, ¿dónde se cometió el error y cuál es tu respuesta a la pregunta de la situación significativa?



Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos, valores desconocidos, condiciones de equivalencia y las transformamos a expresiones algebraicas o gráficas que incluyen inecuaciones; además, expresamos con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, así como con lenguaje algebraico, nuestra comprensión sobre la solución de una inecuación lineal y establecemos conexiones entre dichas representaciones. Seleccionamos y empleamos estrategias heurísticas, métodos gráficos y procedimientos matemáticos para determinar términos desconocidos, simplificar expresiones algebraicas y solucionar inecuaciones, usando propiedades de las igualdades. Asimismo, justificamos con ejemplos y con propiedades matemáticas las afirmaciones de las posibles soluciones de inecuaciones lineales, y corregimos errores si los hubiera.

1. Diana es una estudiante del segundo grado de secundaria. Diariamente, alista su mochila con cuadernos, libros, cartuchera y otros materiales. Según la OMS (Organización Mundial de la Salud), cada estudiante puede llevar en su mochila el 10% de su peso corporal o, como máximo, el 15%, a fin de no desarrollar afecciones en la columna. Si Diana pesa 48 kg, ¿cuáles son los posibles pesos de su mochila para no afectar su salud?

a) Desde 2,08 kg hasta 7,28 kg

b) Desde 2,08 kg hasta 8,2 kg

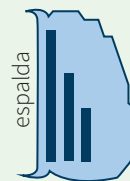
Peso
recomendado



Peso
máximo

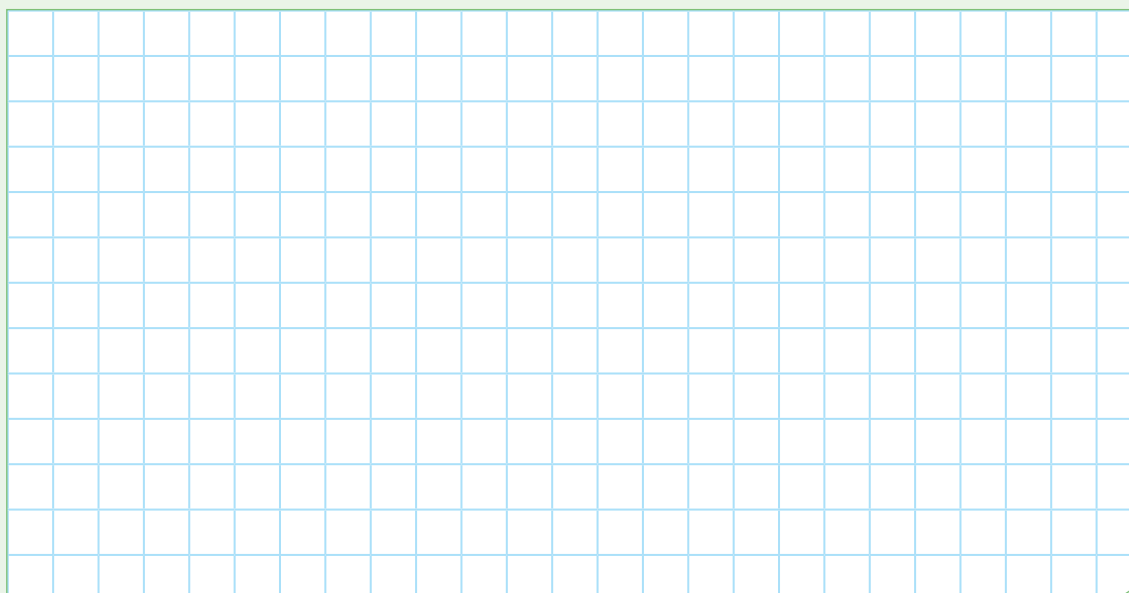


Peso pegado
a la espalda



c) Desde 4,8 kg hasta 7,2 kg

d) Desde 1,8 kg hasta 7,7 kg



2. Para construir una casa, se necesita un determinado número de columnas. A la vez, estas necesitan un número adecuado de estribos. Se sabe que, para armar una columna simple, se necesitan entre 28 y 32 estribos. ¿Cuál es el máximo número de estribos que se necesitará si se van a armar 18 columnas simples?
- a) 505 b) 504 c) 576 d) 575

3. El puntaje de una asignatura es la media aritmética de las calificaciones de tres exámenes. Si un estudiante ha obtenido 13 en el primer examen y 12 en el segundo, ¿cuál es el puntaje que debe obtener en el tercer examen para aprobar la asignatura? (La asignatura se aprueba con un puntaje mínimo de 14).
- a) $x \geq 17$ b) $x < 17$ c) $x > 17$ d) $x \leq 14$

4. –Pregunté a mi papá, ¿cuánto vale el chocolate con churros en la cafetería “El buen sabor”?
–No sé, nunca me he fijado –respondió el papá.
–Pero, papá..., lo acabamos de tomar: mamá, la abuela, mis dos hermanos, tú y yo. ¿Cuánto has pagado?
–Algo más de 7 soles –dijo el papá.
–El domingo pasado, además de nosotros seis, invitaste a dos amigos míos. ¿Cuánto pagaste?
–Era poco menos de 10 soles, pues pagué con un billete y dejé el vuelto –respondió el papá.
Responde la siguiente pregunta considerando el diálogo del hijo y su papá:
¿Cuánto vale el chocolate con churros en la cafetería "El buen sabor"?

Adaptado de <https://bit.ly/31PbYSe>

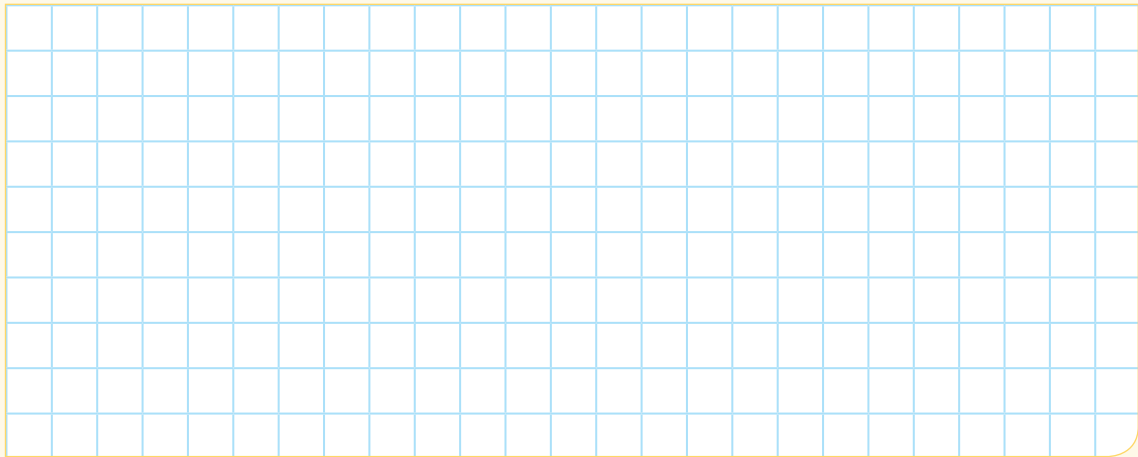
5. Una familia construye su vivienda. Este mes, logró ahorrar el esposo S/130 y su esposa S/90 para comprar las varillas de hierro de media pulgada para el techo.

Si compran varillas de hierro de S/30, les sobrar  dinero.

Si compran varillas de hierro de S/35, les faltará dinero.

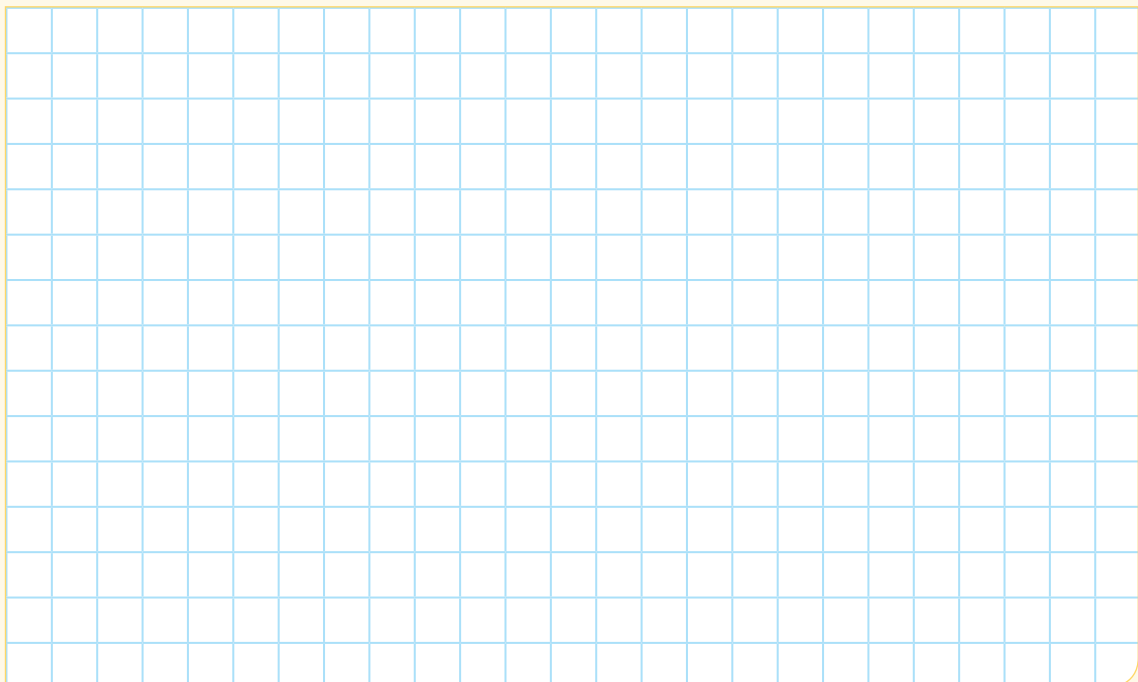
 Cu ntas varillas de media pulgada podrá comprar la familia con todo lo ahorrado?

- a) 8 fierros b) 6 fierros c) 7 fierros d) 10 fierros

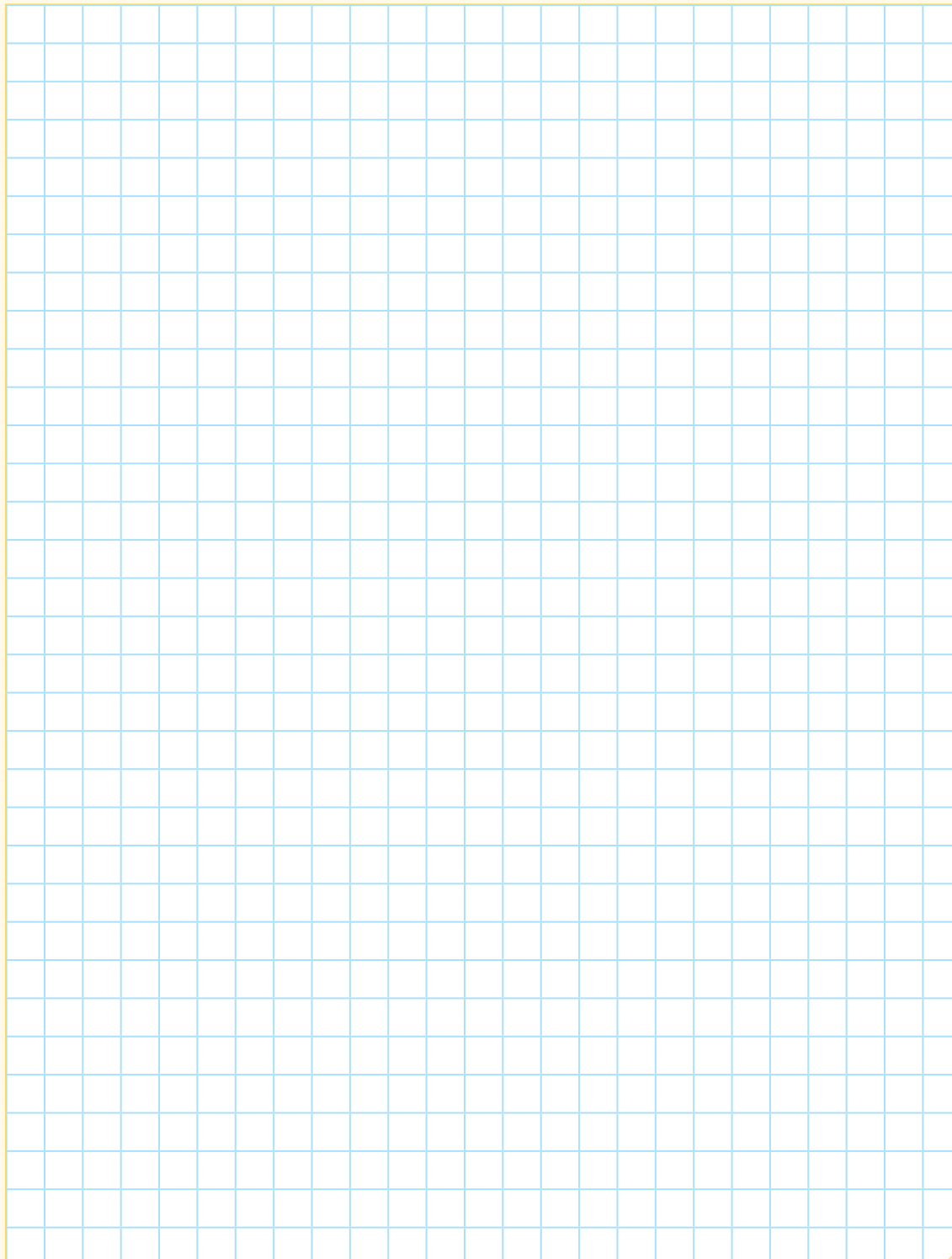


6. Una empresa de alquiler de autos ofrece dos modelos de contrato. El modelo A consiste en pagar una cantidad fija de 50 soles, además de 8 céntimos por cada kilómetro recorrido. El modelo B consiste en pagar 80 soles sin limitación de kilometraje.  A partir de cuántos kilómetros conviene el alquiler según el modelo B?

- a) 375 km b) 376 km c) 300 km d) 325 km



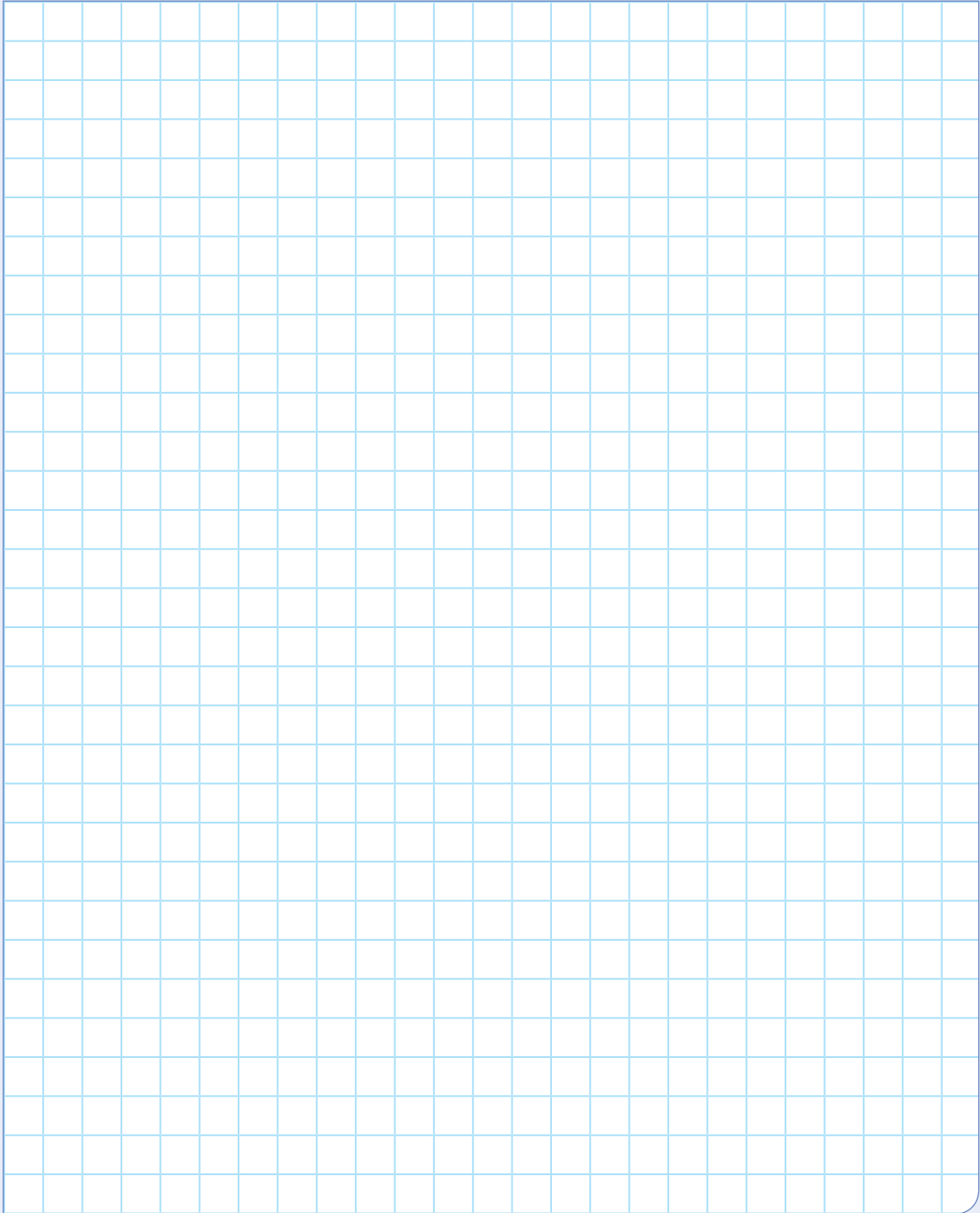
7. Si el largo de un rectángulo mide el doble de su ancho, justifica: ¿qué dimensiones puede tener dicho rectángulo para que su perímetro sea inferior a 36 cm?, ¿cuál es el máximo valor entero que puede tomar el área del rectángulo?



10. Una empresa requiere repartidores de pizzas y ofrece las siguientes opciones de contrato:

- Se pagará una cantidad mensual fija de 350 soles más 3 soles por cada pizza repartida.
- Sueldo fijo de 600 soles, independiente del número de pizzas repartidas.

Calcula el número mínimo de pizzas que se deben repartir para que convenga escoger la primera opción. Justifica el procedimiento realizado.





Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Establecemos relaciones entre datos y las transformamos a expresiones numéricas que incluyen el interés simple y compuesto. Así también, seleccionamos y empleamos estrategias de cálculo y procedimientos diversos, para determinar tasas de interés; además, simplificamos procesos usando las propiedades de los números y las operaciones.

Elegimos el préstamo más conveniente

Luzmila desea comprarse un auto valorizado en S/35 000, para lo cual solicitará un préstamo que devolverá al cabo de cuatro años. Para ese plazo, recibe las siguientes ofertas:

Entidad financiera A: 1,5 % de tasa de interés simple trimestral.

Entidad financiera B: 6 % de tasa de interés compuesto anual.

Entidad financiera C: 3 % de tasa de interés compuesto capitalizable trimestralmente.

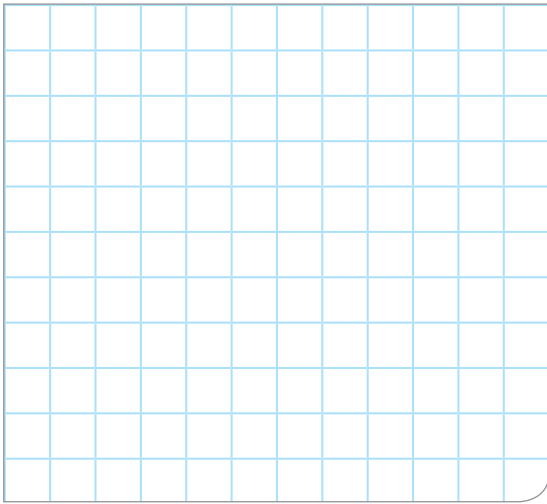
Sobre esto, Luzmila debe tomar una decisión, de modo que, al término de dicho plazo, pague la menor cantidad de dinero posible.



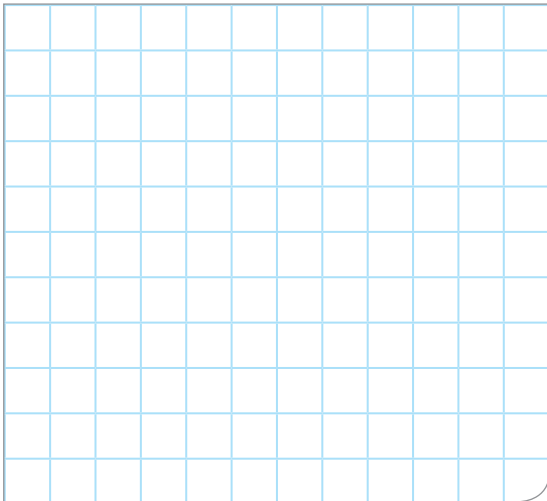
1. ¿En cuál de las tres entidades le convendría solicitar el préstamo?
2. ¿Cuánto de interés tendría que pagar Luzmila por el préstamo que reciba?

Comprendemos el problema

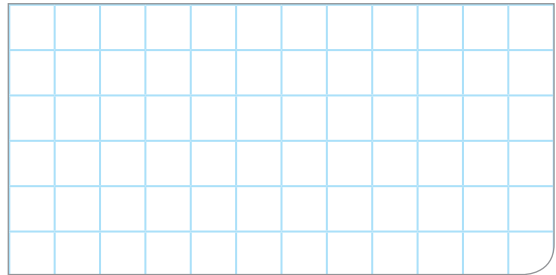
1. ¿Qué pide calcular la situación significativa?



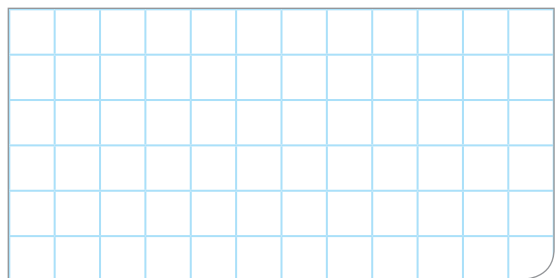
2. ¿Qué datos encuentras en la situación significativa?



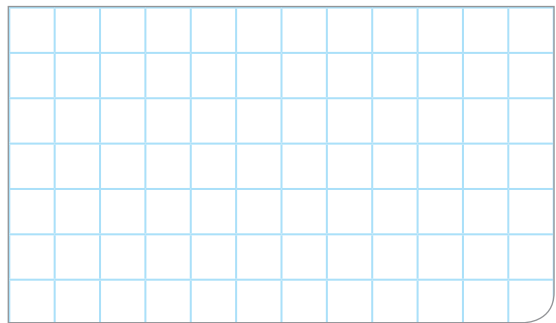
3. ¿Qué caracteriza al interés simple?



4. ¿Qué caracteriza al interés compuesto?

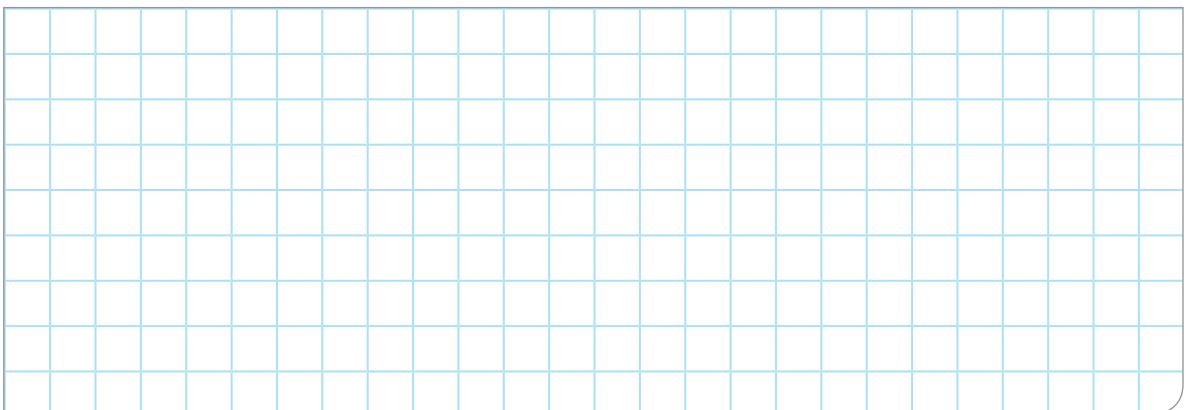


5. Explica brevemente el significado de la frase "capitalización trimestral".



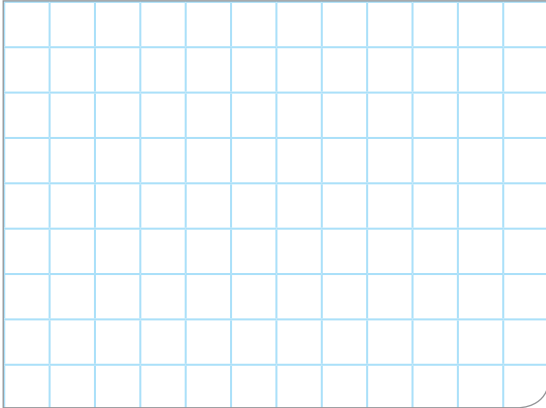
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

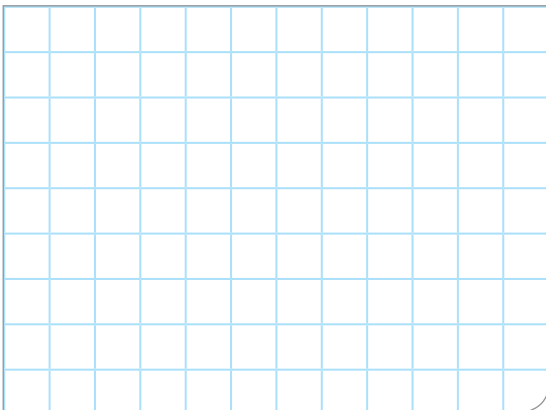


Ejecutamos la estrategia o plan

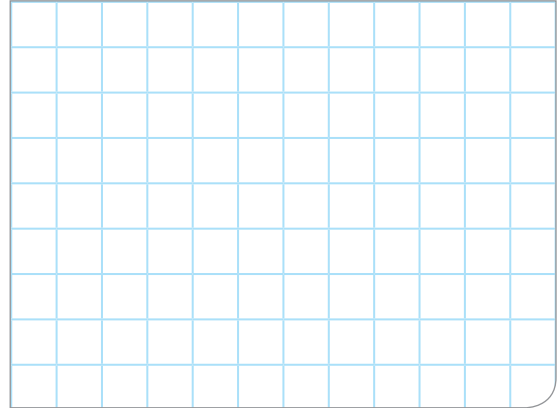
1. Calcula el interés simple que cobra la entidad financiera A.



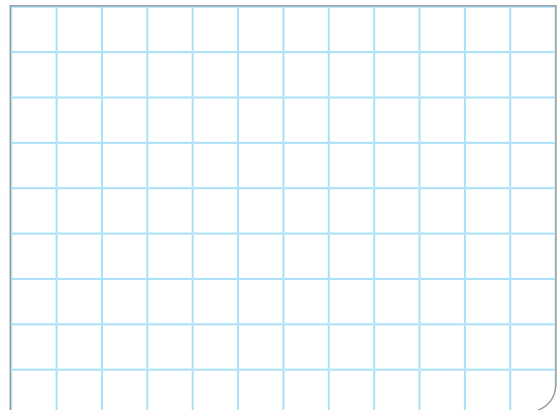
2. Determina el interés compuesto a pagar en la entidad financiera B.



3. ¿Cuánto es el interés compuesto que cobra la entidad financiera C?

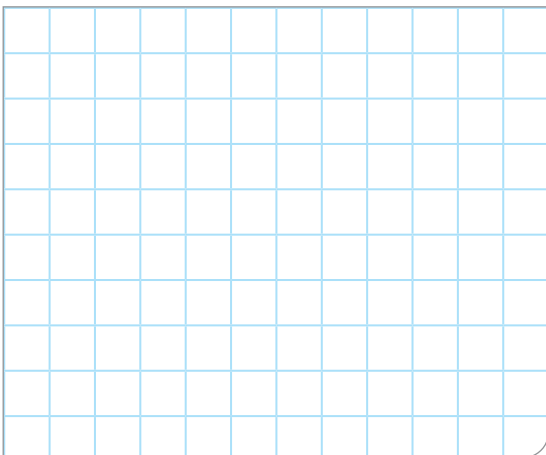


4. Compara los intereses hallados. Luego, responde las dos preguntas de la situación significativa.

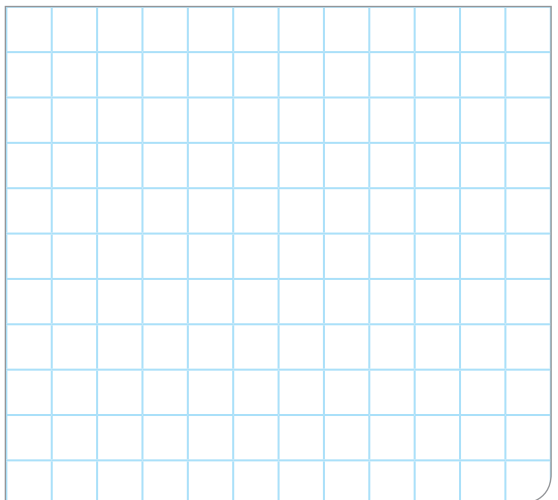


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. ¿Es suficiente la tasa de interés anual para tomar la decisión de escoger la entidad en la que Luzmila solicitará el préstamo?



2. ¿Es lo mismo interés simple que interés compuesto?





Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Expresamos con diversas representaciones y lenguaje numérico nuestra comprensión sobre las tasas de interés simple y compuesto (tasa mensual, tasa anual). Asimismo, justificamos con ejemplos y propiedades de los números las afirmaciones sobre las equivalencias entre tasas de interés u otras relaciones que descubrimos, y corregimos errores si los hubiera.

Situación significativa A

Si una empresa obtiene un préstamo de S/3000 a seis años de plazo, con una tasa de interés compuesto del 15 % anual capitalizable semestralmente, ¿qué monto debe pagar en la fecha de vencimiento y qué interés?

Resolución

Dado:

$$C_f = C \left(1 + \frac{i}{k} \right)^{t \cdot k}$$

C_f : capital final

C : capital inicial

i : tasa de interés compuesto capitalizable varias veces

k : número de capitalizaciones en el año

t : tiempo

- Se calcula k e i :

$$k = \frac{12}{6} = 2 \text{ capitalizaciones al año; } k = 2$$

$$i = \frac{0,15}{2} = 0,075 \equiv 7,5 \% \text{ semestral; } t = 6 \text{ años}$$

$$C_f = 3000(1 + 0,075)^{6 \times 2} = 3000(1,075)^{12}$$

$$C_f = 3000(2,381\ 780) \approx 7145,34 \text{ soles}$$

- El interés que debe pagar es:

$$I = C_f - C$$

$$I = 7145,34 - 3000 = S/4145,34$$

Respuesta:

Debe pagar el monto de S/7145,34 y un interés total de S/4145,34.

- ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación significativa?

- Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación significativa.

Situación significativa B

Una empresa comercial vende automóviles cuyo precio es de S/60 000, con una cuota inicial del 20 %, para cancelar el saldo en 30 meses de plazo. Calcula la cuota fija mensual que se pagará si la empresa cobra una tasa de interés simple del 12 % semestralmente.

Resolución

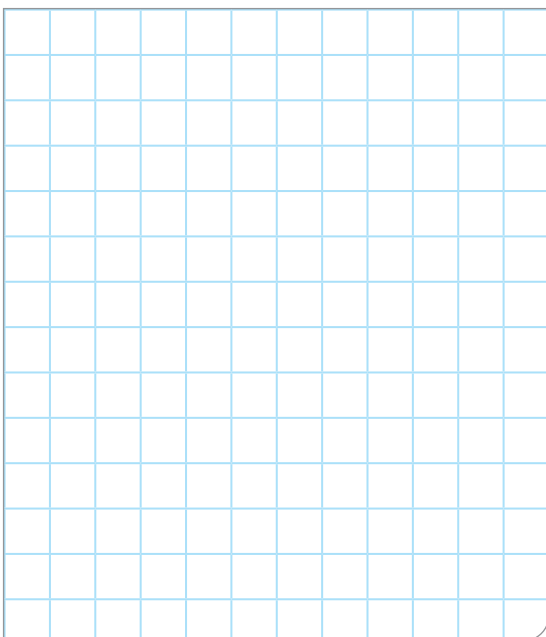
- Cuota inicial: $(60\,000)(0,20) = S/12\,000$
Saldo a pagar en 30 meses: $60\,000 - 12\,000 = 48\,000$
- Dado $C_f = C(1 + i \times t)$
 C_f : capital final
 C : capital inicial
 i : tasa de interés simple
 t : tiempo
- Se calcula C_f :
$$C_f = 48\,000 \left(1 + 0,24 \times \frac{30}{12} \right)$$

 $C_f = 76\,800$ soles
- La cuota fija mensual $A = \frac{76\,800}{30} = 2560$ soles

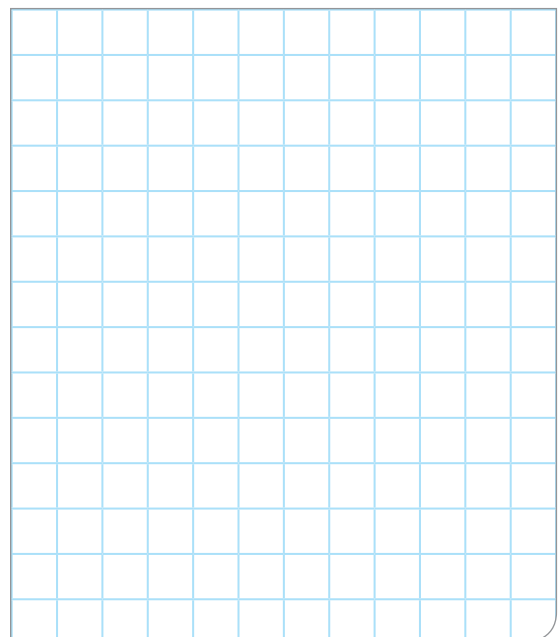
Respuesta:

La cuota fija mensual es de S/2560.

1. ¿Qué estrategia se utilizó para resolver la situación significativa?



2. Describe el procedimiento realizado en la resolución de la situación significativa.



Situación significativa C

¿A qué tasa de interés simple se debe colocar un capital de S/20 000 para que genere en cinco años el mismo interés que si estuviese colocado al 4 % de interés compuesto anual, capitalizable semestralmente durante tres años?

Aprendemos a partir del error

Resolución

- Caso 1:

$$C = 20\,000 \text{ soles}$$

$$t = 5 \text{ años}$$

$$i = ?$$

$$C_f = 20\,000 + 20\,000 \times i \times 5$$

- Caso 2:

$$C = 20\,000 \text{ soles}$$

$$t = 3 \text{ años}$$

$$k = 2$$

$$i = 4\% \text{ anual}$$

$$C_f = C \left(1 + \frac{i}{k} \right)^{t \cdot k}$$

$$C_f = 20\,000 \left(1 + \frac{4}{2} \right)^{3 \times 2}$$

$$C_f = 20\,000(3)^6$$

$$C_f = 14\,580\,000 \text{ soles}$$

- Como en ambos préstamos se debe generar el mismo interés y siendo el capital el mismo, entonces ambos capitales finales deben ser también iguales. Esto es:

$$20\,000 + 20\,000 \times i \times 5 = 14\,580\,000$$

$$i = \frac{14\,580\,000 - 20\,000}{20\,000 \times 5}$$

$$i \approx 145,6$$

$$i \approx 14\,560\%$$

Respuesta:

Se debe colocar a una tasa de interés simple de 14 560 % anual.

1. El procedimiento realizado en la resolución de la situación significativa, ¿es el adecuado? Explica.

2. En el caso de que hubiera un error, ¿cuál sería su corrección?

La tienda de a sol

En un mercado hay una tienda denominada “De a sol”, cuyo nombre proviene del tipo de crédito que ofrece a sus clientes. Con solo la presentación del DNI y el recibo de luz o agua, el vendedor otorga el crédito. El cliente se lleva el artículo y, a partir del día siguiente, paga un sol o un sol cincuenta diario hasta cumplir el plazo establecido.



Estos son los precios de algunos artículos:

Artículo	Precio al contado (S/)	Al crédito (S/)	N.º días
Olla grande	55,00	1,50	40
Olla mediana	45,00	1,00	50
Olla chica	25,00	1,00	30
Mortero de madera	15,00	1,00	30
Sartén grande	40,00	1,50	30

Con la información dada, responde las preguntas 5; 6 y 7.

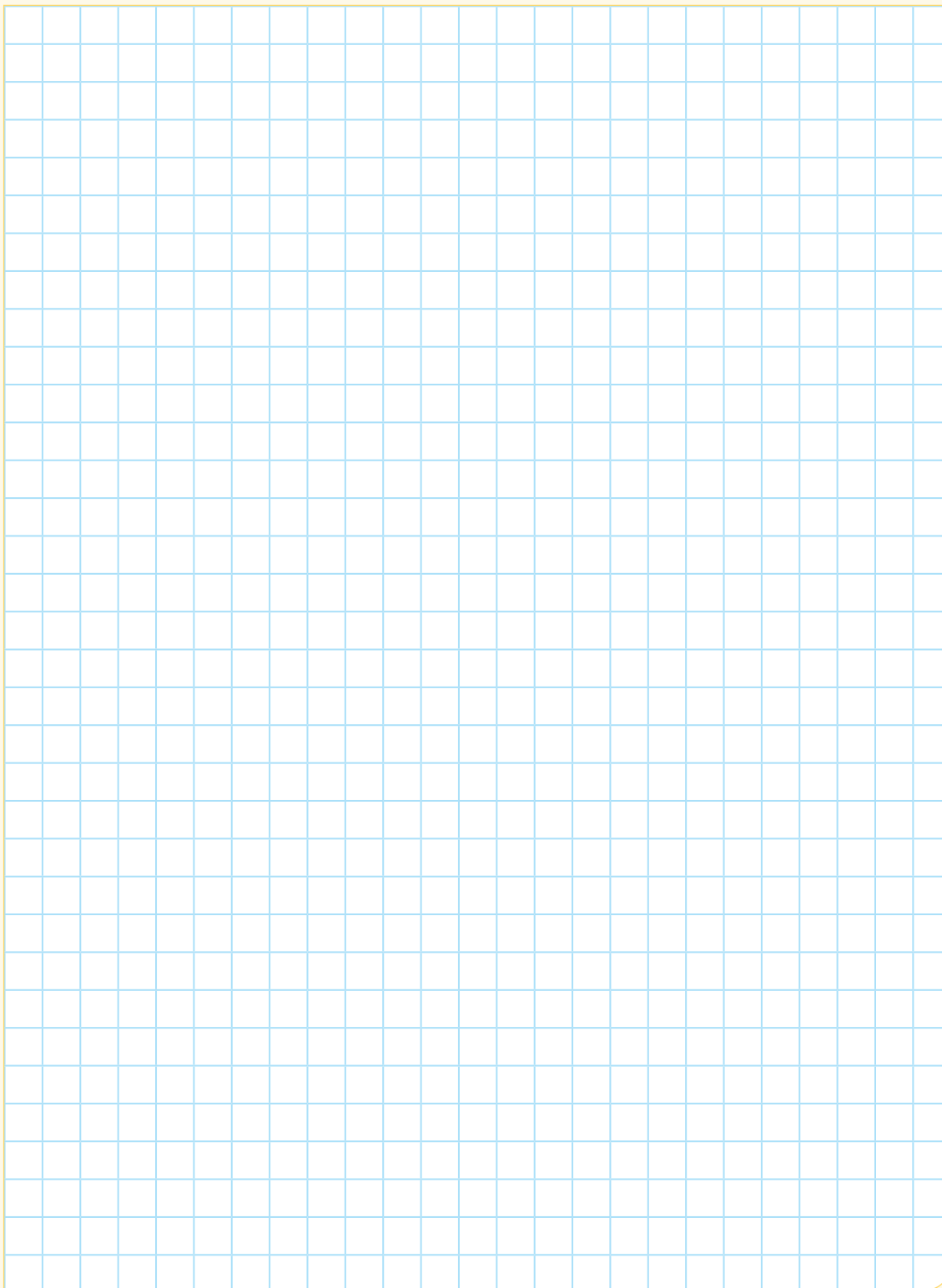
5. ¿Cuál es, aproximadamente, la tasa de interés simple diario que se aplica sobre el precio de la olla grande al venderla a crédito?

- a) 0,23 % b) 0,33 % c) 5,0 % d) 9,1 %

6. ¿A qué tasa de interés compuesto diario equivale lo cobrado al vender a crédito el mortero de madera?

- a) 0,05 % b) 0,96 % c) 2,33 % d) 4,4 %

7. Un cliente le dice al vendedor que al vender a crédito está cobrando una mayor tasa de interés simple diario por el mortero de madera. El vendedor le responde que su percepción es falsa porque está cobrando el mismo interés simple diario en todos los artículos. ¿Cuál es tu opinión al respecto? Justifícala.

A large grid of graph paper with 20 columns and 30 rows, intended for writing a response to the question above.

El préstamo

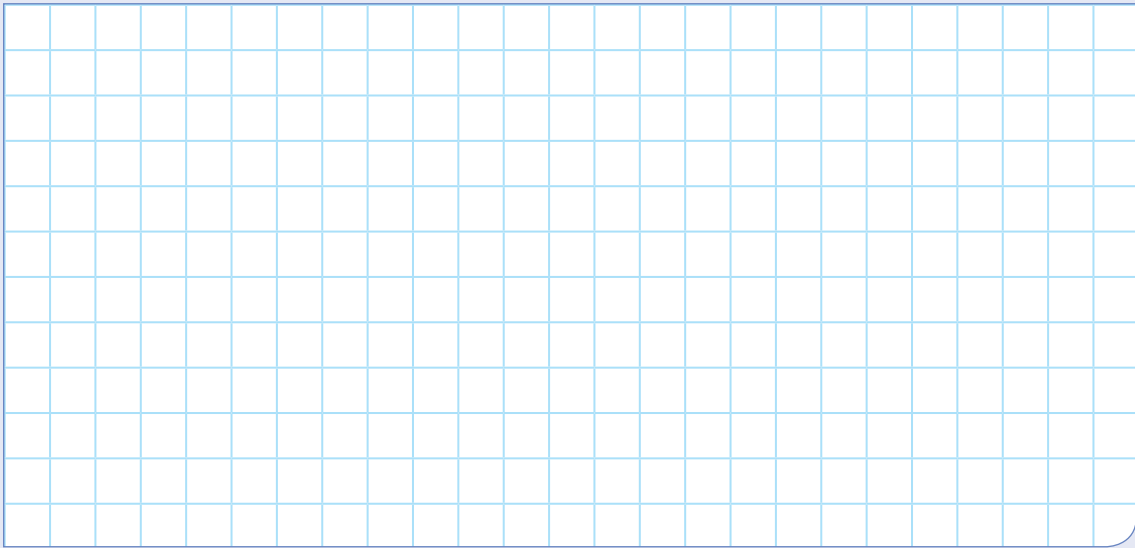
Pamela quiere obtener un préstamo de S/10 000 para equipar su tienda y devolverlo luego de 5 años. Recibe las siguientes ofertas crediticias:

Entidad	Tasa de interés	Tipo de interés	Capitalización
“Presta Fácil”	6 % anual	Compuesto	Anual
“Paga al Toque”	1,5 % trimestral	Compuesto	Trimestral
“Deuda Cero”	7 % anual	Simple	---

Con la información dada, responde las preguntas 8 y 9:

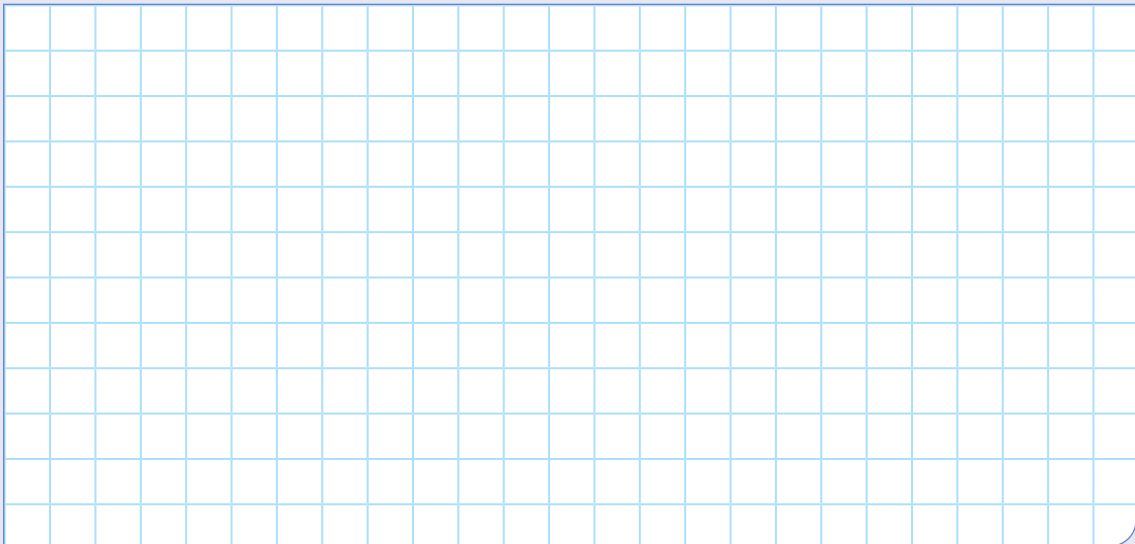
8. En la entidad “Presta Fácil”, con la expresión $10\,000(1 + 0,06)^5$ se calcula:

- a) Capital inicial b) Capital final c) Interés d) Cuota anual

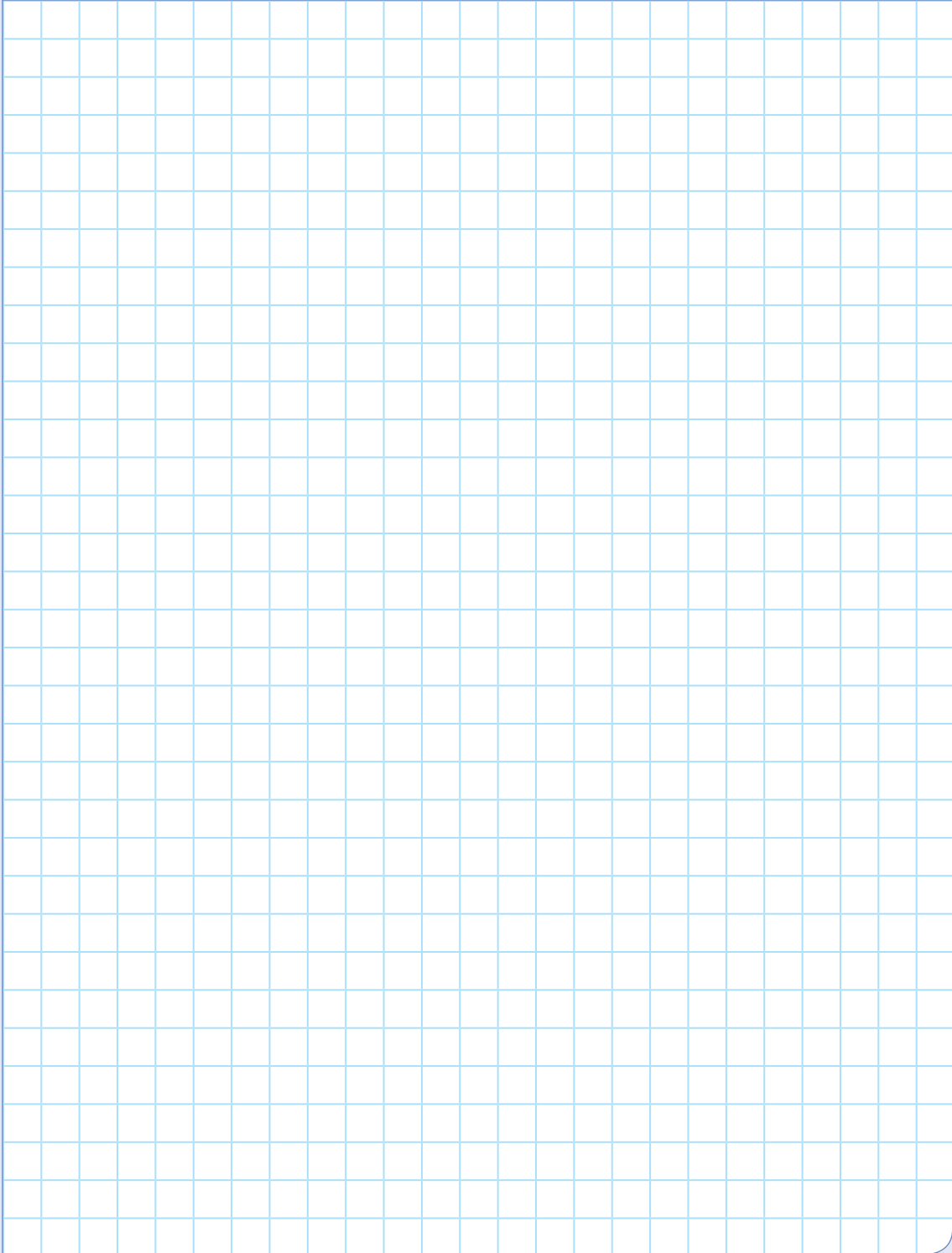


9. Calcula el monto aproximado que devolverá Pamela a la entidad “Paga al Toque” por el préstamo recibido.

- a) 13 468,55 soles b) 13 000,21 soles c) 13 562,20 soles d) 15 365,23 soles



10. Se desea conocer el interés simple que gana un capital de S/5000 al 12 % anual desde el 15 de marzo hasta el 15 de agosto del mismo año. Para tal fin, lo primero que debes hacer es calcular el tiempo que transcurre entre las dos fechas. ¿A cuánto asciende el interés simple aproximadamente en el periodo indicado?

A large grid of graph paper with 20 columns and 30 rows, intended for the student to perform calculations to solve the problem.



Aplicamos nuestros aprendizajes

Propósito: Leemos textos o gráficos que describen formas geométricas, sus propiedades y relaciones de semejanza y congruencia entre triángulos. Establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios basadas en semejanza y congruencia de formas geométricas. Asimismo, seleccionamos diversas estrategias para establecer las relaciones métricas entre lados de un triángulo.

¿Hay figuras iguales o parecidas?

La profesora Ramírez presenta cuatro cuadrados a sus estudiantes divididos en cuatro partes idénticas y de dos formas distintas.

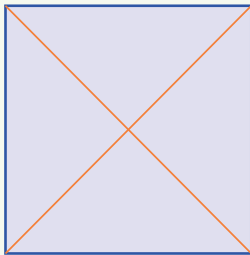


Figura 1

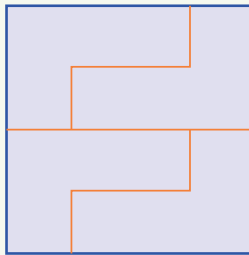


Figura 2

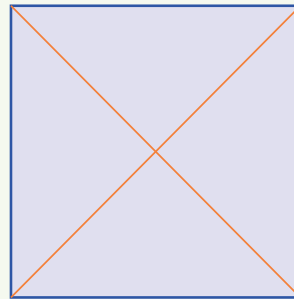


Figura 3

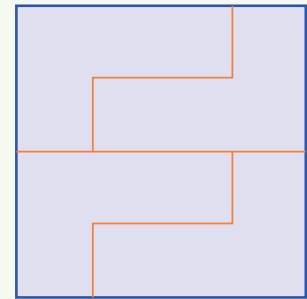


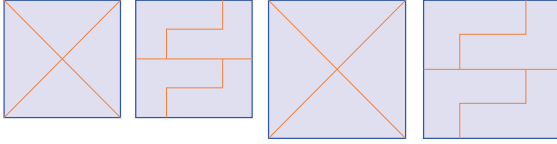
Figura 4

Luego de darles un tiempo para que observen las figuras, les plantea las siguientes preguntas:

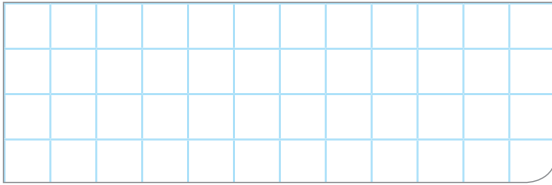
1. Cada cuadrado ha sido dividido en partes idénticas. Entonces, ¿las partes de cada cuadrado son congruentes o semejantes?
2. Las partes de las figuras 1 y 3, ¿son congruentes o semejantes? ¿Por qué?
3. Las partes de las figuras 2 y 4, ¿cómo son entre sí?

Comprendemos el problema

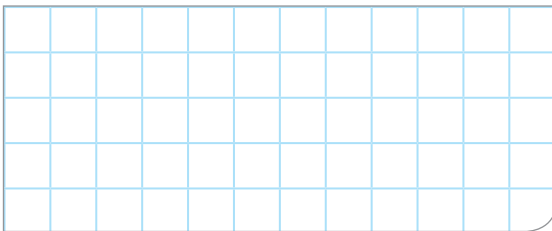
1. Observa los cuadrados de la situación significativa y colorea una de las partes que es idéntica en cada uno de ellos.



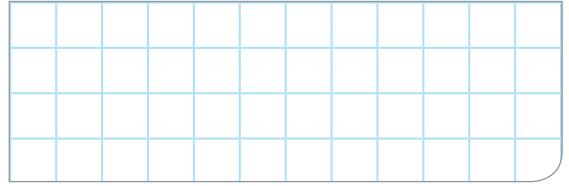
2. En cada cuadrado, ¿cómo son los tamaños de las cuatro partes?



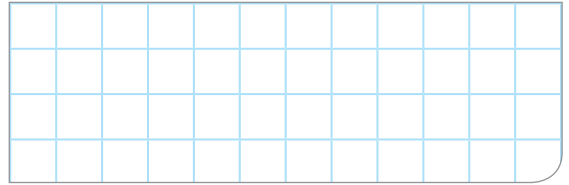
3. ¿Qué palabras nuevas encuentras en la situación significativa?



4. Si superpones las piezas o partes de un mismo cuadrado, ¿qué puedes afirmar?



5. ¿Cómo son las formas y los tamaños de las piezas o partes de las figuras 1 y 3?

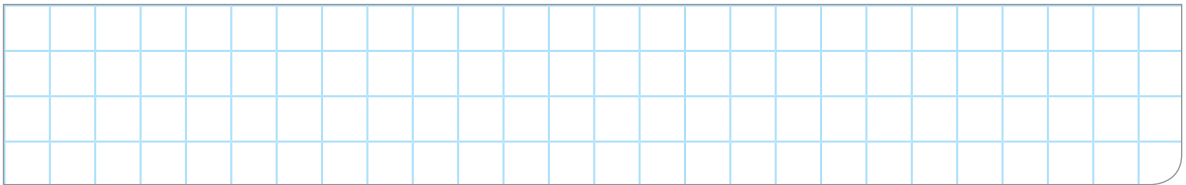


6. ¿Cómo son las formas y los tamaños de las partes de las figuras 2 y 4?



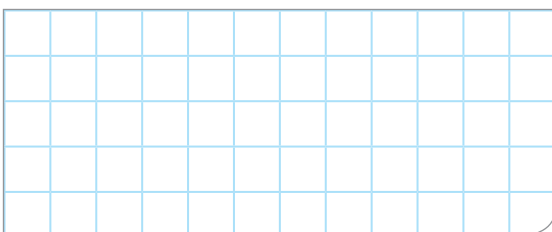
Diseñamos o seleccionamos una estrategia o plan

1. Describe el procedimiento que realizarías para dar respuesta a las preguntas de la situación significativa.

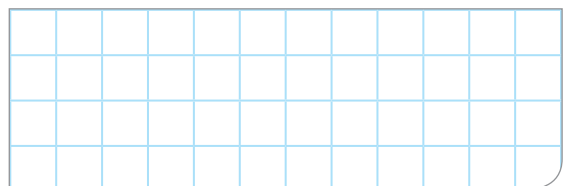


Ejecutamos la estrategia o plan

1. Superpón entre ellas las partes de la figura 2. ¿Cómo son las formas y los tamaños de estas piezas?



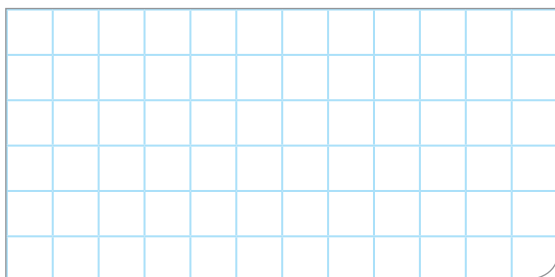
2. ¿En qué parejas de figuras, sus piezas tienen igual forma pero diferente tamaño? Con la ayuda de un transportador mide los ángulos de estas piezas, ¿cómo son sus ángulos?



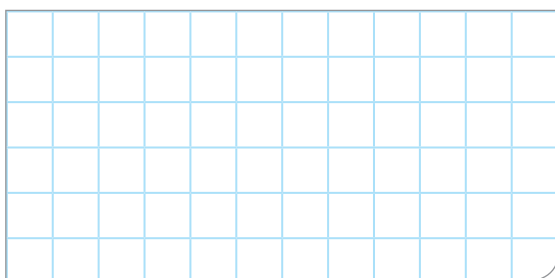
3. Dos figuras son congruentes cuando tienen la misma forma y el mismo tamaño, son semejantes cuando tienen la misma forma y sus lados son proporcionales entre sí. Responde la primera pregunta de la situación significativa.



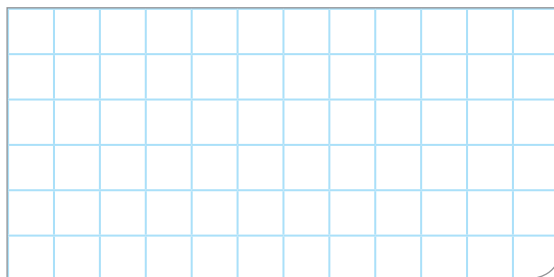
4. ¿Cómo son las medidas de los perímetros en las partes de cada cuadrado?



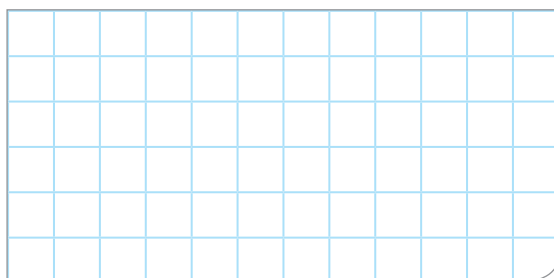
5. ¿Cómo son las medidas de las áreas en las partes de cada cuadrado?



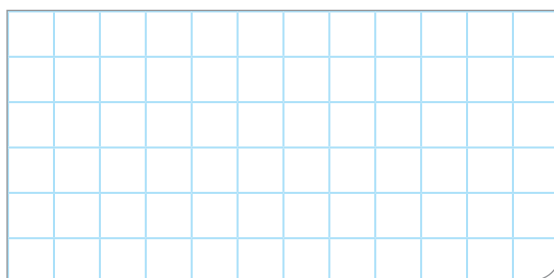
6. ¿Cómo se puede comprobar la congruencia de dos figuras?



7. Superpón las partes de la figura 1 en la figura 3 y responde la segunda pregunta de la situación significativa.

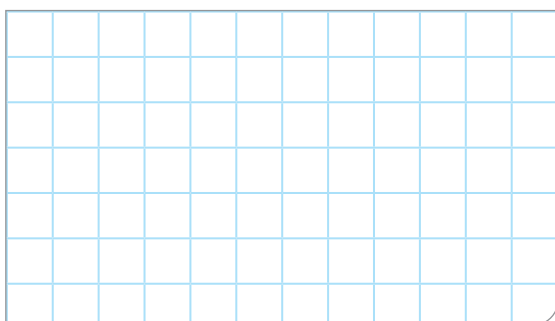


8. Responde la tercera pregunta de la situación significativa.

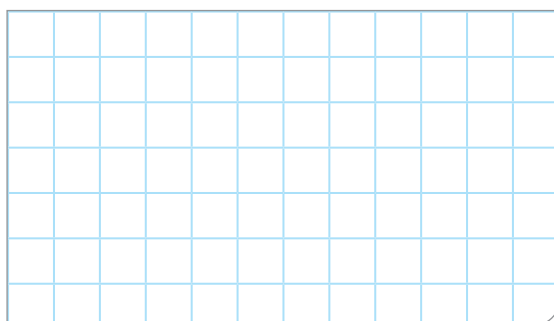


Reflexionamos sobre el desarrollo

1. Las figuras semejantes, ¿tienen perímetros o áreas iguales? Explica.



2. Las figuras congruentes, ¿tienen perímetros o áreas iguales? Explica.





Comprobamos nuestros aprendizajes

Propósito: Seleccionamos diversas estrategias para establecer las relaciones métricas entre lados de un triángulo. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades entre los objetos y formas geométricas; además, comprobamos la validez de una afirmación mediante propiedades geométricas.

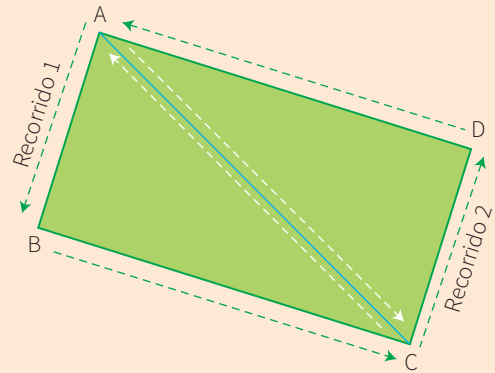
Situación significativa A

La I. E. San Felipe organiza las olimpiadas interescolares de la comunidad. La carrera de relevos se llevará a cabo en el campo de fútbol de la institución. El recorrido está marcado en el piso. Hay dos circuitos para la carrera:

Primer circuito: Parte del punto A, avanza hacia B, luego a C y finaliza en A.

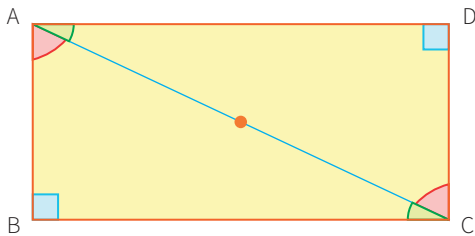
Segundo circuito: Empieza en C, se dirige a D, luego hacia A y regresa a C.

¿Se recorre la misma distancia en ambos circuitos? Explica.



Resolución

- El campo, que es un rectángulo, se descompone en dos triángulos. Los circuitos consisten en bordearlos.
- Como el campo deportivo de fútbol es rectangular, los lados opuestos son paralelos.



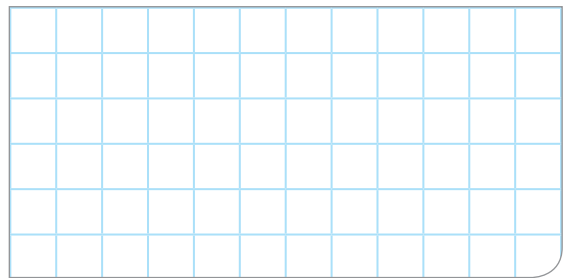
$$\left. \begin{array}{l} m \angle BAC \cong m \angle DCA \\ m \angle BCA \cong m \angle DAC \end{array} \right\} \text{Por ángulos alternos internos}$$

$\triangle ABC$ y $\triangle CDA$ tienen en común el lado AC.

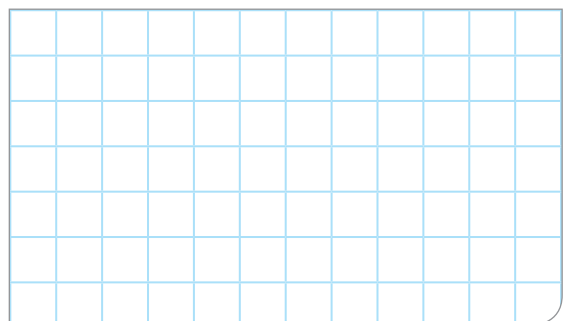
Por el criterio ALA, $\triangle ABC$ y $\triangle CDA$ son congruentes. Los lados correspondientes tienen igual longitud, entonces el perímetro de los dos triángulos es el mismo.

Respuesta: La distancia recorrida en ambos circuitos es la misma.

1. ¿Cómo se lee $m \angle BAC \cong m \angle DCA$?

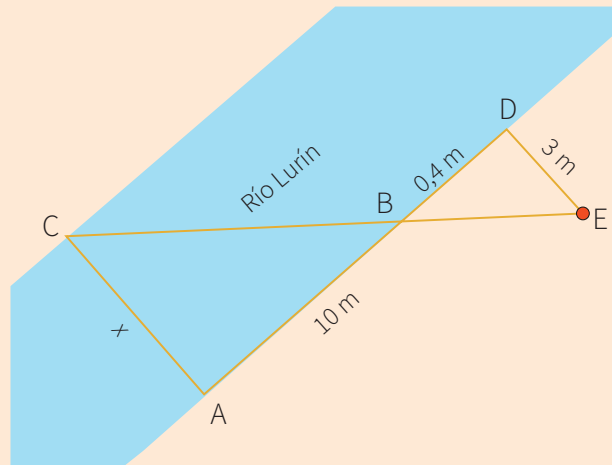


2. ¿Qué puedes detallar del “criterio ALA”?



Situación significativa C

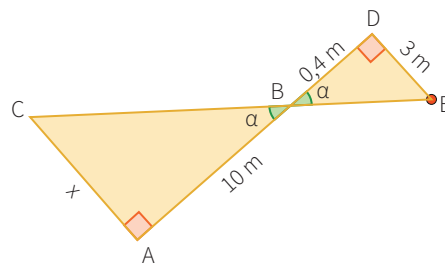
Los estudiantes de Ingeniería Ambiental de la Universidad San Luis Gonzaga de Ica están realizando un proyecto para la conservación y preservación del río Luín. Para dicho estudio, necesitan saber las dimensiones del río. Un estudiante registró las medidas (en metros) que se muestran en la figura, donde el segmento AC es perpendicular a AD y el segmento BD es perpendicular a DE. ¿Cuál es el ancho del río en ese punto?



Aprendemos a partir del error

Resolución

Se elabora un diagrama de la situación con los datos dados.



Se establece la semejanza de los triángulos.

$\triangle CAB$ y $\triangle EDB$

- $m \angle A \cong m \angle D = 90^\circ$
- En el punto B, se determinan ángulos congruentes (opuestos por el vértice).

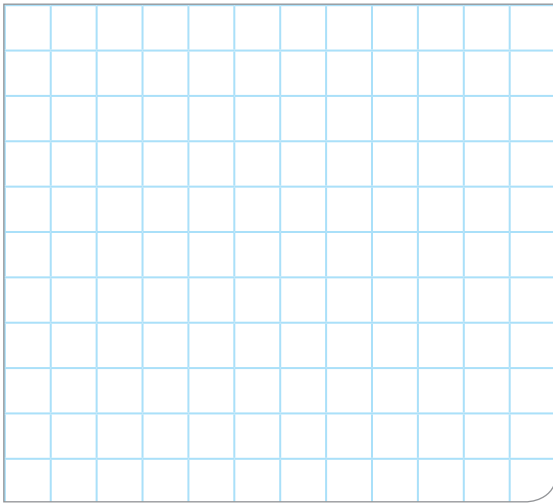
Entonces: $\triangle CAB \sim \triangle EDB$, por el criterio del ángulo (AA)

- Por lo tanto, se establece la proporción:

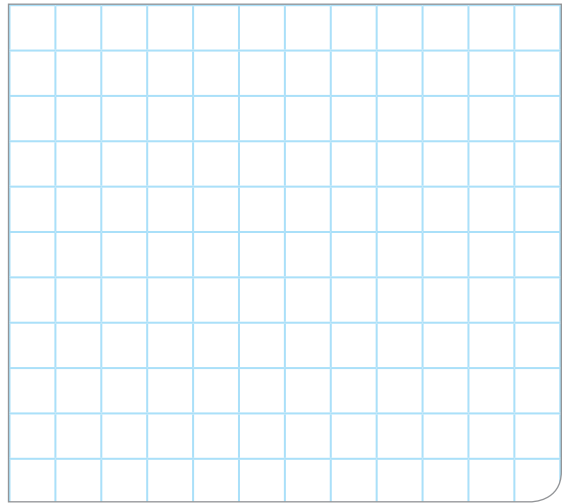
$$\frac{x}{10} = \frac{0,4}{3} \rightarrow x = 1,3$$

Respuesta: El ancho del río es 1,3 m en ese punto.

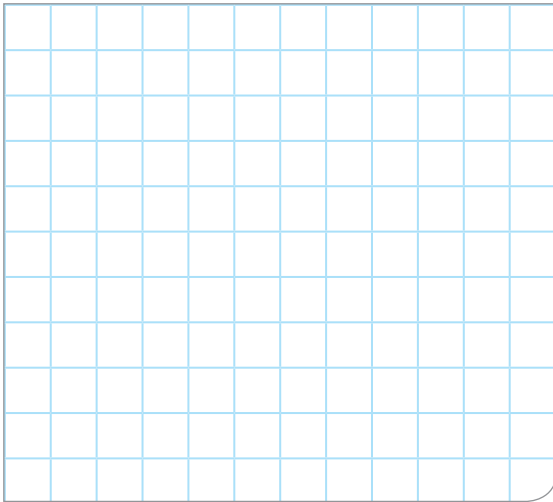
1. ¿Cómo se lee $\triangle CAB \sim \triangle EDB$?



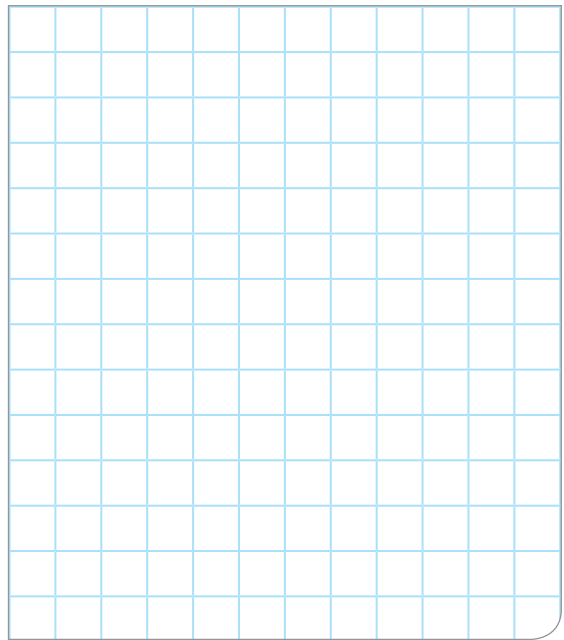
3. ¿Qué cambiarías en la resolución?



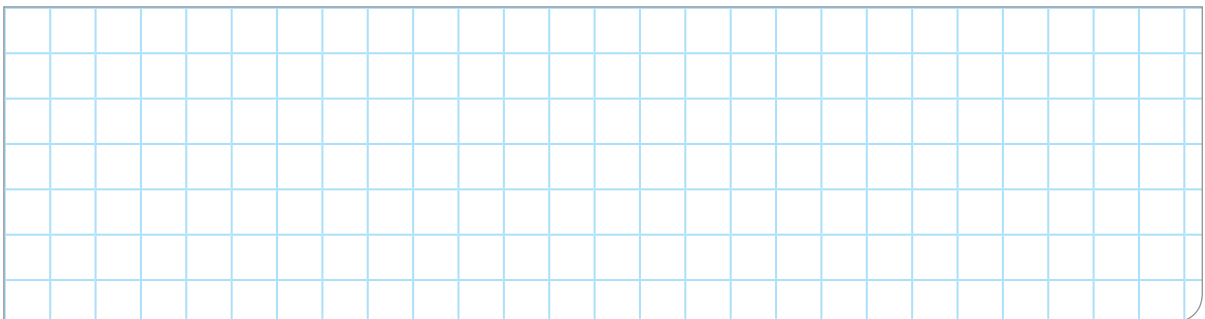
2. Los $\triangle CAB$ y $\triangle EDB$ son semejantes porque tienen igual forma pero diferente tamaño. Además, se observa que el $\triangle CAB$ es más grande. ¿Qué opinas sobre la respuesta obtenida, la cual afirma que el segmento AC es menor que el segmento DE?



4. ¿Cuánto mide el lado "x"?



5. ¿Qué casos de semejanza conoces?

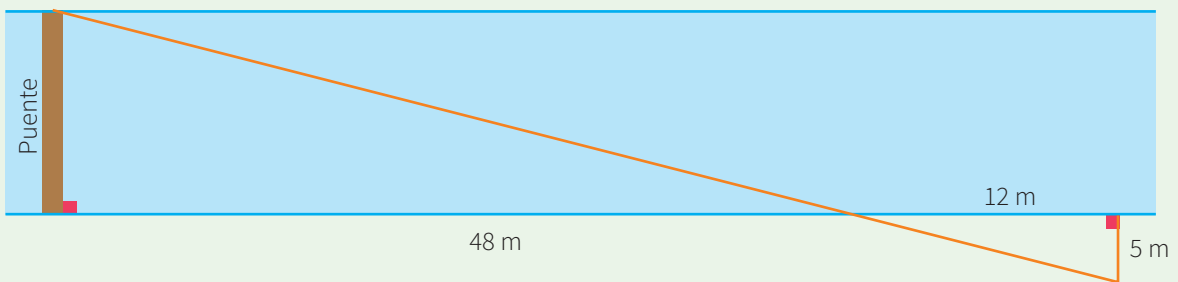




Evaluamos nuestros aprendizajes

Propósito: Leemos textos o gráficos que describen formas geométricas, sus propiedades y relaciones de semejanza y congruencia entre triángulos, y establecemos relaciones entre las características y los atributos medibles de objetos reales o imaginarios basadas en semejanza y congruencia de formas geométricas. También seleccionamos diversas estrategias para establecer las relaciones métricas entre lados de un triángulo. Asimismo, planteamos afirmaciones sobre las relaciones y propiedades entre los objetos y las formas geométricas, y comprobamos la validez de una afirmación mediante propiedades geométricas.

1. El alcalde de una comunidad tiene como proyecto construir un puente sobre un río cercano a su zona que permita el traslado de los habitantes y el comercio con otras comunidades. Según los datos del gráfico, ¿cuál será la longitud del puente?

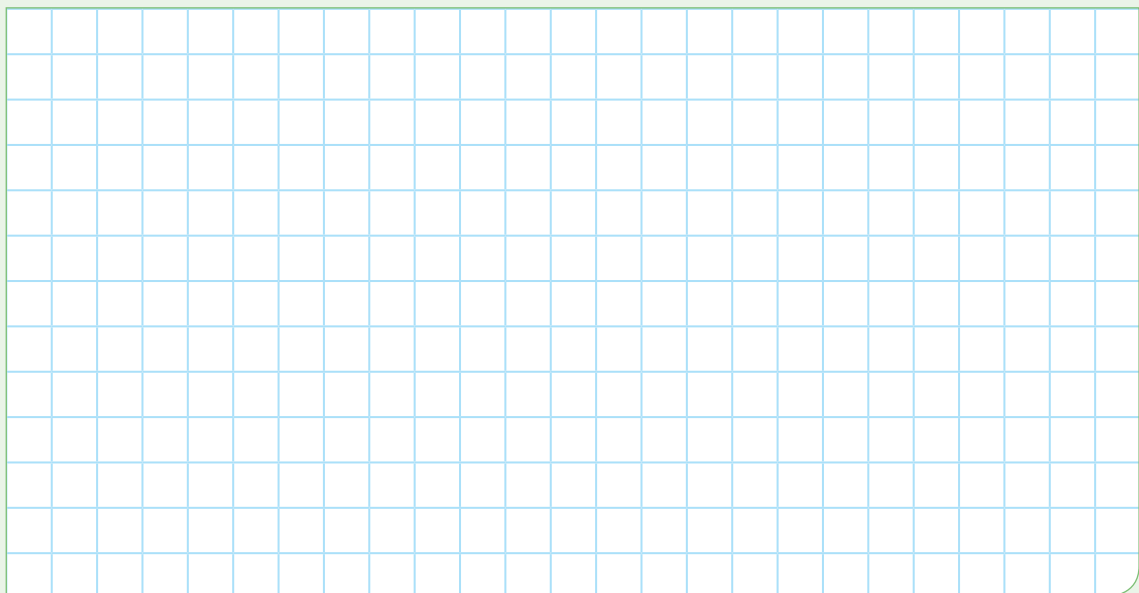


a) 20 m

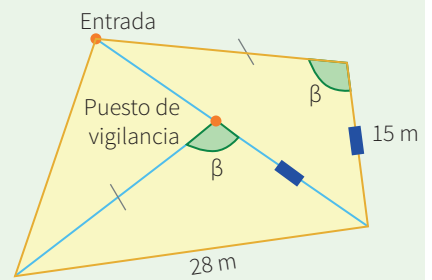
b) 12,5 m

c) 1,25 m

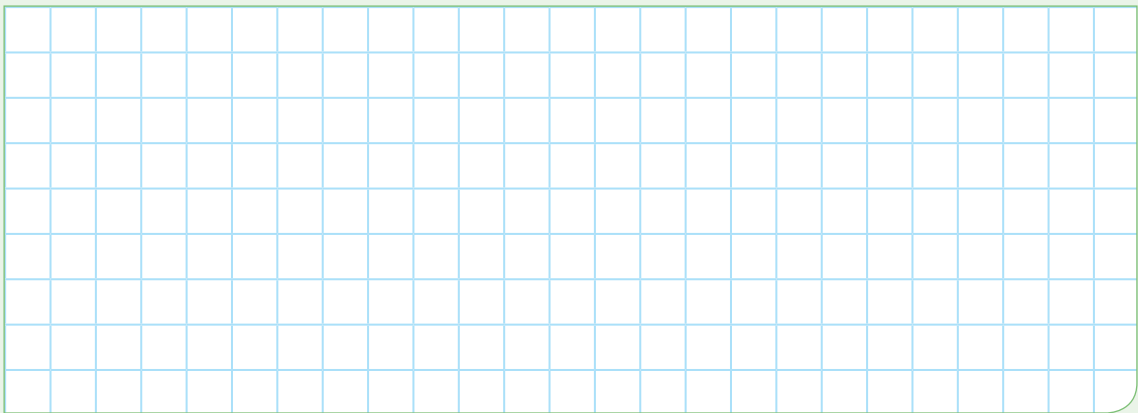
d) 2 m



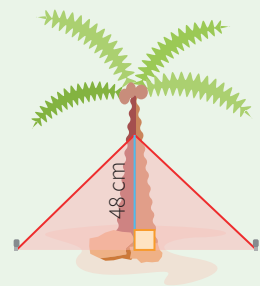
2. En el parque Sinchi Roca se ha habilitado una zona de juegos con tres áreas, distribuidas como se muestra en la figura. Para el control y la seguridad de dichas áreas, el parque cuenta con un puesto de vigilancia. Determina la distancia entre la entrada del parque y el puesto de vigilancia.



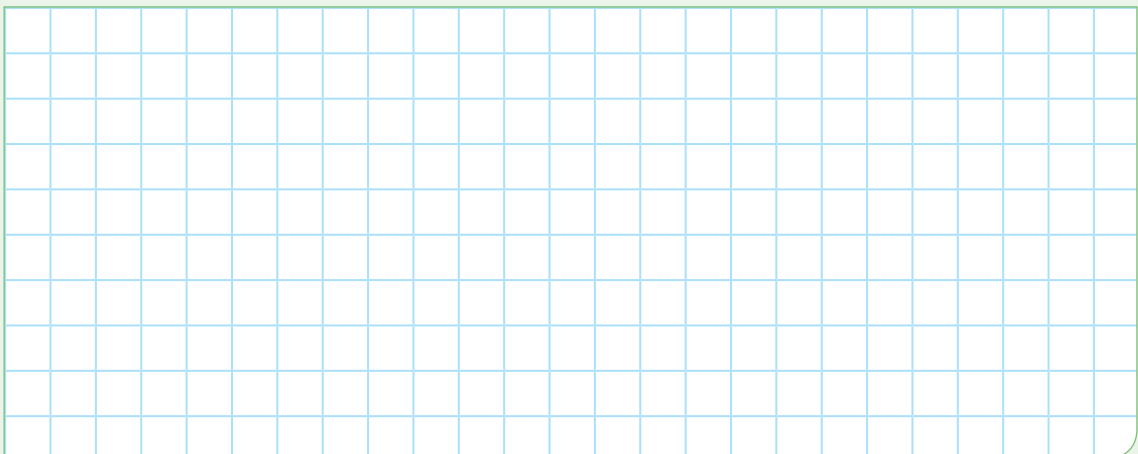
- a) 43 m b) 12 m c) 13 m d) 15 m



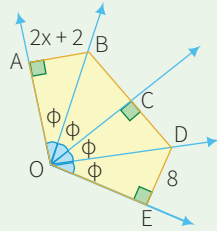
3. Carlos realiza el cuidado de las palmeras que serán ubicadas en los parques de la ciudad de Lima siguiendo el plan de arborización de la ciudad (Plan Verde), organizado por la Municipalidad de Lima. Por los fuertes vientos, se ve en la necesidad de sujetar los árboles con cuerdas, como se muestra en la figura. ¿Cuántos centímetros de cuerda comprará si tiene que sujetar 8 árboles y cada estaca que emplea para sujetar las cuerdas está a 36 cm del pie de la palmera?



- a) 120 cm b) 60 cm c) 960 cm d) 672 cm



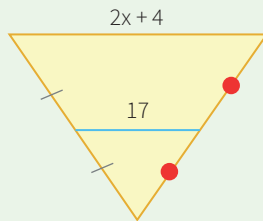
4. La profesora Nancy entrega a sus estudiantes las siguientes tarjetas y les pide que relacionen correctamente cada par. ¿Puedes ayudarlos a realizar las relaciones correctas?



$$\frac{2x+4}{2} = 17$$

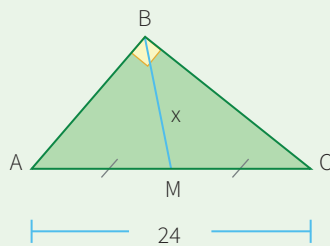
$$x = 15$$

Propiedad de los puntos medios



$$x = 12$$

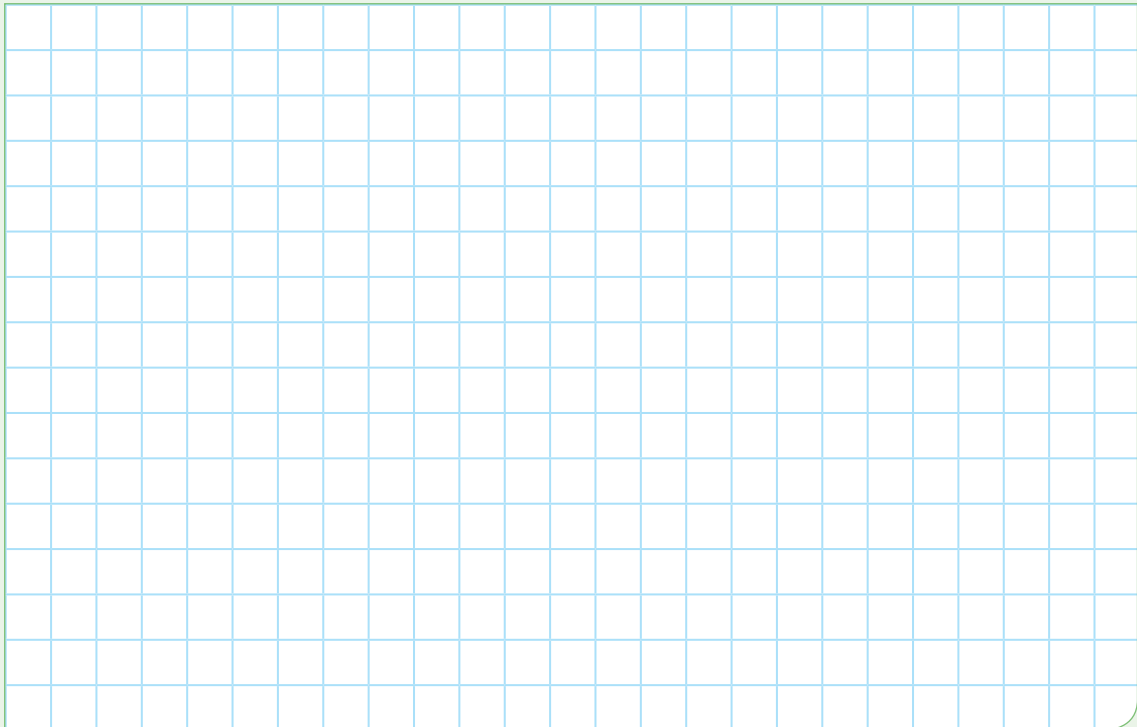
Propiedad mediana relativa a la hipotenusa



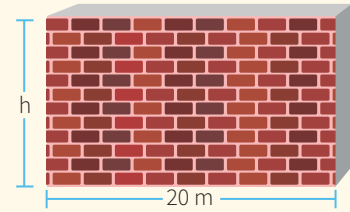
$$2x + 2 = 8$$

$$x = 3$$

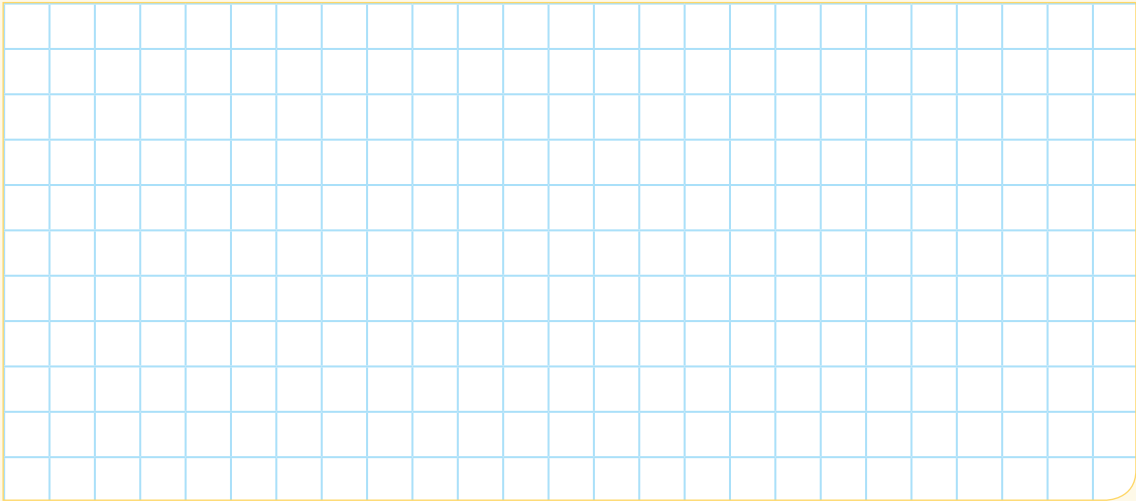
Propiedad de la bisectriz



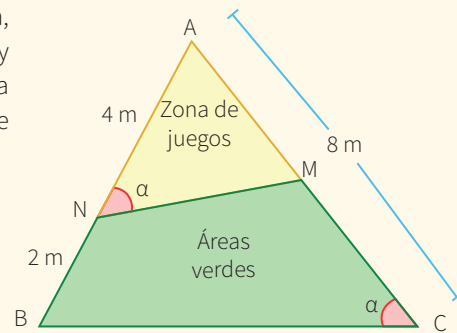
5. Raúl va a pintar un muro. Él sabe la dimensión de la base, pero no la dimensión de la altura, ya que no cuenta con una escalera por el momento. Para calcular el área que va a pintar, Raúl quiere conocer la altura del muro. A las 11 a. m., el muro proyecta una sombra de 9 m, y en ese mismo instante Raúl proyecta una sombra de 3 m. Si la estatura de Raúl es de 1,60 m, ¿cuál es el área del muro?



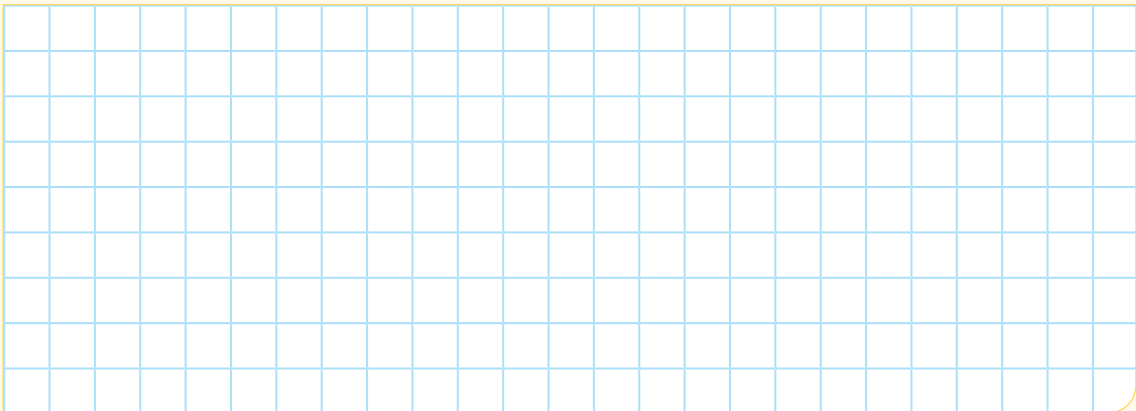
- a) 96 m^2 b) $10,66 \text{ m}^2$ c) $337,60 \text{ m}^2$ d) $4,8 \text{ m}^2$




6. En un parque de forma triangular, como se muestra en la figura, se coloca un cerco para dividir la zona de juegos para niños y las áreas verdes. ¿Cuántos metros de malla se necesitan para cercar toda la zona de juegos si la distancia de MN es el doble de AM?

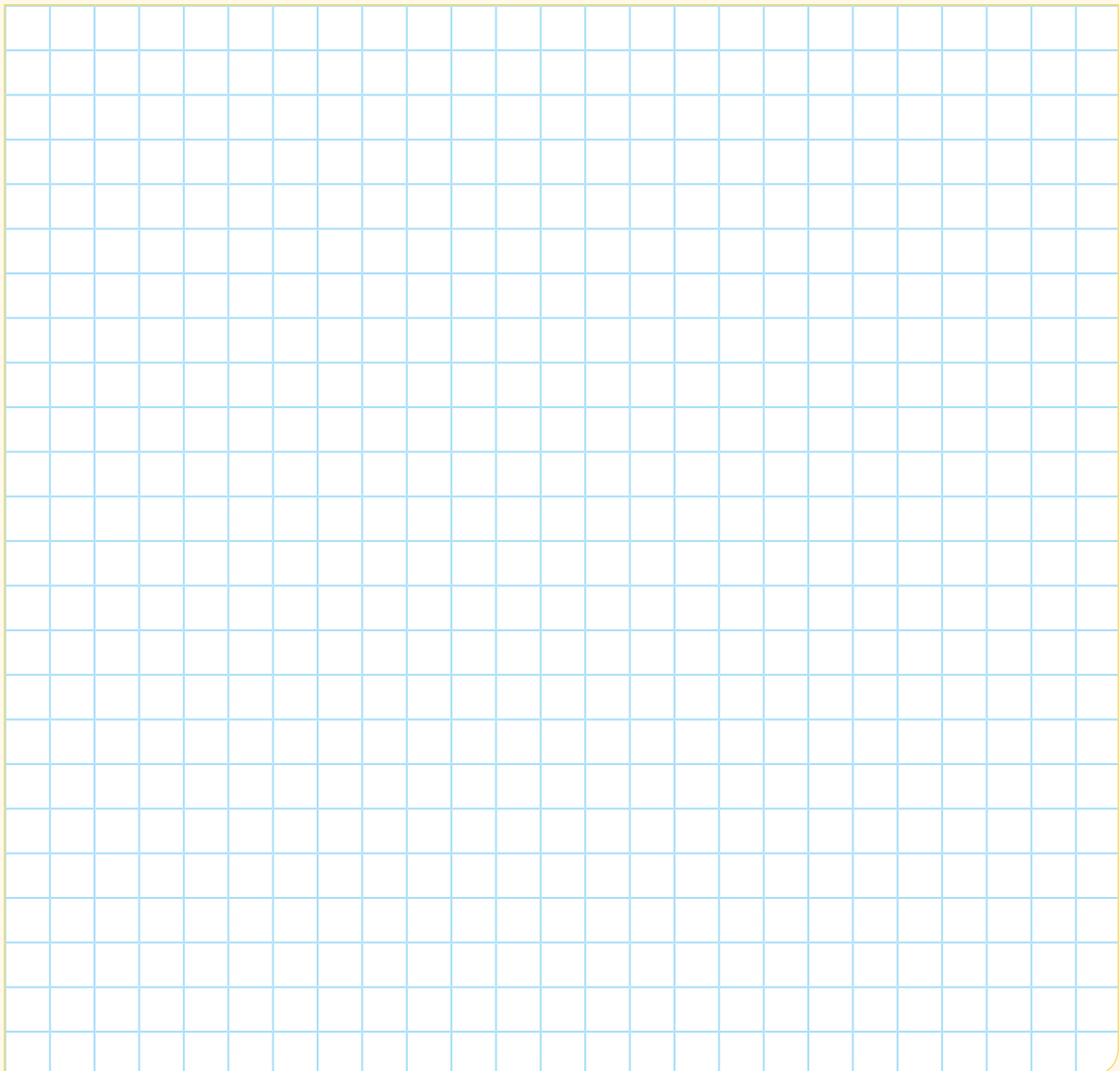


- a) 40 m
b) 16 m
c) 13 m
d) 10 m

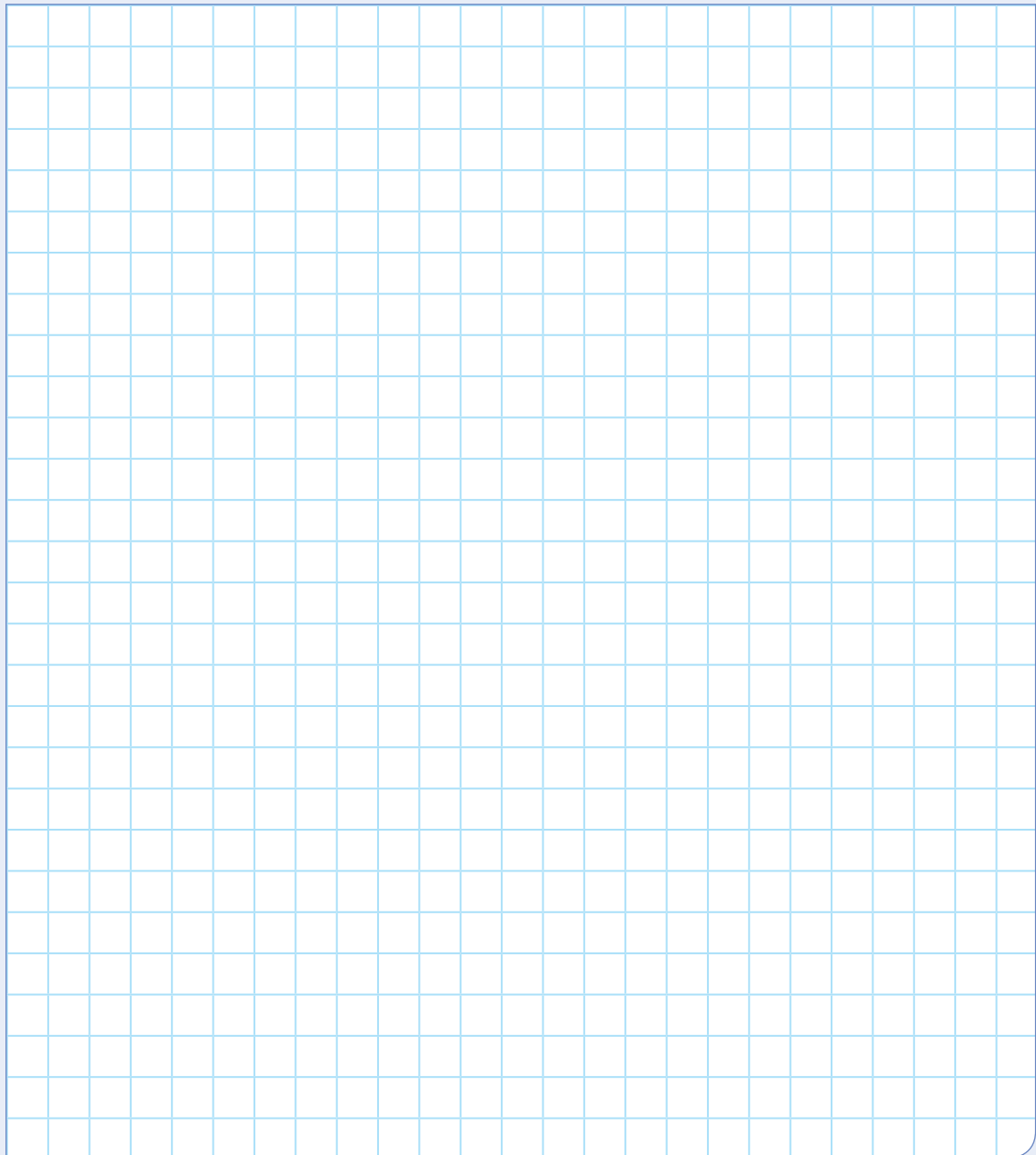


7. El Club de Fotografía del Perú (CFP) ofrece cursos y talleres de Fotografía Básica, Fotografía de Viaje, Fotografía de Paisaje, Retrato, Retrato de Familia, Edición de Fotografías, etc. El encargado de impartir el curso de Fotografía Básica indica que el tamaño de una foto de 10,5 cm por 15 cm se llama tamaño postal. ¿Cuáles de las siguientes ampliaciones o reducciones de esta fotografía realizadas por seis participantes no tuvieron distorsión?

Postal	Ancho × largo (en cm)						
 10,5	15	21 × 30	5,25 × 7,5	21 × 7,5	4,6 × 6	15,75 × 22,5	12 × 8



10. La representación gráfica mostrada es el croquis de un pequeño pueblo donde viven tres amigos: Jairo, Salvador y Luciana. Determina en dicho croquis un punto que represente la ubicación de la escuela a la que ellos asisten si se sabe que es equidistante a las casas de cada uno de los amigos.



Enfoques transversales

Enfoque Ambiental



Busca formar personas conscientes del cuidado del ambiente, que promuevan el desarrollo de estilos de vida saludables y sostenibles.

Enfoque Inclusivo o de Atención a la Diversidad



Busca reconocer y valorar a todas las personas por igual, con el fin de erradicar la exclusión, discriminación y desigualdad de oportunidades.

Enfoque de Derechos



Fomenta el reconocimiento de los derechos y deberes; asimismo, promueve el diálogo, la participación y la democracia.

Enfoque Igualdad de Género



Busca brindar las mismas oportunidades a hombres y mujeres, eliminando situaciones que generan desigualdades entre ellos.

Son los valores y actitudes que tenemos al relacionarnos con otras personas y con nuestro entorno, con el fin de generar una sociedad más justa, inclusiva y equitativa para todos.

Enfoque Intercultural



Promueve el intercambio de ideas y experiencias entre las distintas formas de ver el mundo.

Enfoque Búsqueda de la Excelencia



Incentiva a los estudiantes a dar lo mejor de sí mismos para alcanzar sus metas y contribuir con su comunidad.

Enfoque Orientación al Bien Común



Busca que el conocimiento, los valores y la educación sean bienes que todos compartimos, promoviendo relaciones solidarias en comunidad.

CARTA DEMOCRÁTICA INTERAMERICANA

I La democracia y el sistema interamericano

Artículo 1

Los pueblos de América tienen derecho a la democracia y sus gobiernos la obligación de promoverla y defenderla.

La democracia es esencial para el desarrollo social, político y económico de los pueblos de las Américas.

Artículo 2

El ejercicio efectivo de la democracia representativa es la base de derecho y los regímenes constitucionales de los Estados Miembros de la Organización de los Estados Americanos. La democracia representativa se refuerza y profundiza con la participación permanente, ética y responsable de la ciudadanía en un marco de legalidad conforme al respectivo orden constitucional.

Artículo 3

Son elementos esenciales de la democracia representativa, entre otros, el respeto a los derechos humanos y las libertades fundamentales; el acceso al poder y su ejercicio con sujeción al estado de derecho; la celebración de elecciones periódicas, libres, justas y basadas en el sufragio universal y secreto como expresión de la soberanía del pueblo; el régimen plural de partidos y organizaciones políticas; y la separación e independencia de los poderes públicos.

Artículo 4

Son componentes fundamentales del ejercicio de la democracia la transparencia de las actividades gubernamentales, la probidad, la responsabilidad de los gobiernos en la gestión pública, el respeto por los derechos sociales y la libertad de expresión y de prensa.

La subordinación constitucional de todas las instituciones del Estado a la autoridad civil legalmente constituida y el respeto al estado de derecho de todas las entidades y sectores de la sociedad son igualmente fundamentales para la democracia.

Artículo 5

El fortalecimiento de los partidos y de otras organizaciones políticas es prioritario para la democracia. Se deberá prestar atención especial a la problemática derivada de los altos costos de las campañas electorales y al establecimiento de un régimen equilibrado y transparente de financiación de sus actividades.

Artículo 6

La participación de la ciudadanía en las decisiones relativas a su propio desarrollo es un derecho y una responsabilidad. Es también una condición necesaria para el pleno y efectivo ejercicio de la democracia.

Promover y fomentar diversas formas de participación fortalece la democracia.

II La democracia y los derechos humanos

Artículo 7

La democracia es indispensable para el ejercicio efectivo de las libertades fundamentales y los derechos humanos, en su carácter universal, indivisible e interdependiente, consagrados en las respectivas constituciones de los Estados y en los instrumentos interamericanos e internacionales de derechos humanos.

Artículo 8

Cualquier persona o grupo de personas que consideren que sus derechos humanos han sido violados pueden interponer denuncias o peticiones ante el sistema interamericano de promoción y protección de los derechos humanos conforme a los procedimientos establecidos en el mismo.

Los Estados Miembros reafirman su intención de fortalecer el sistema interamericano de protección de los derechos humanos para la consolidación de la democracia en el Hemisferio.

Artículo 9

La eliminación de toda forma de discriminación, especialmente la discriminación de género, étnica y racial, y de las diversas formas de intolerancia, así como la promoción y protección de los derechos humanos de los pueblos indígenas y los migrantes y el respeto a la diversidad étnica, cultural y religiosa en las Américas, contribuyen al fortalecimiento de la democracia y la participación ciudadana.

Artículo 10

La promoción y el fortalecimiento de la democracia requieren el ejercicio pleno y eficaz de los derechos de los trabajadores y la aplicación de normas laborales básicas, tal como están consagradas en la Declaración de la Organización Internacional del Trabajo (OIT) relativa a los Principios y Derechos Fundamentales en el Trabajo y su Seguimiento, adoptada en 1998, así como en otras convenciones básicas afines de la OIT. La democracia se fortalece con el mejoramiento de las condiciones laborales y la calidad de vida de los trabajadores del Hemisferio.

III Democracia, desarrollo integral y combate a la pobreza

Artículo 11

La democracia y el desarrollo económico y social son interdependientes y se refuerzan mutuamente.

Artículo 12

La pobreza, el analfabetismo y los bajos niveles de desarrollo humano son factores que inciden negativamente en la consolidación de la democracia. Los Estados Miembros de la OEA se comprometen a adoptar y ejecutar todas las acciones necesarias para la creación de empleo productivo, la reducción de la pobreza y la erradicación de la pobreza extrema, teniendo en cuenta las diferentes realidades y condiciones económicas de los países del Hemisferio. Este compromiso común frente a los problemas del desarrollo y la pobreza también destaca la importancia de mantener los equilibrios macroeconómicos y el imperativo de fortalecer la cohesión social y la democracia.

Artículo 13

La promoción y observancia de los derechos económicos, sociales y culturales son consustanciales al desarrollo integral, al crecimiento económico con equidad y a la consolidación de la democracia en los Estados del Hemisferio.

Artículo 14

Los Estados Miembros acuerdan examinar periódicamente las acciones adoptadas y ejecutadas por la Organización encaminadas a fomentar el diálogo, la cooperación para el desarrollo integral y el combate a la pobreza en el Hemisferio, y tomar las medidas oportunas para promover estos objetivos.

Artículo 15

El ejercicio de la democracia facilita la preservación y el manejo adecuado del medio ambiente. Es esencial que los Estados del Hemisferio implementen políticas y estrategias de protección del medio ambiente, respetando los diversos tratados y convenciones, para lograr un desarrollo sostenible en beneficio de las futuras generaciones.

Artículo 16

La educación es clave para fortalecer las instituciones democráticas, promover el desarrollo del potencial humano y el alivio de la pobreza y fomentar un mayor entendimiento entre los pueblos. Para lograr estas metas, es esencial que una educación de calidad esté al alcance de todos, incluyendo a las niñas y las mujeres, los habitantes de las zonas rurales y las personas que pertenecen a las minorías.

IV Fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática

Artículo 17

Cuando el gobierno de un Estado Miembro considere que está en riesgo su proceso político institucional

democrático o su legítimo ejercicio del poder, podrá recurrir al Secretario General o al Consejo Permanente a fin de solicitar asistencia para el fortalecimiento y preservación de la institucionalidad democrática.

Artículo 18

Cuando en un Estado Miembro se produzcan situaciones que pudieran afectar el desarrollo del proceso político institucional democrático o el legítimo ejercicio del poder, el Secretario General o el Consejo Permanente podrá, con el consentimiento previo del gobierno afectado, disponer visitas y otras gestiones con la finalidad de hacer un análisis de la situación. El Secretario General elevará un informe al Consejo Permanente, y éste realizará una apreciación colectiva de la situación y, en caso necesario, podrá adoptar decisiones dirigidas a la preservación de la institucionalidad democrática y su fortalecimiento.

Artículo 19

Basado en los principios de la Carta de la OEA y con sujeción a sus normas, y en concordancia con la cláusula democrática contenida en la Declaración de la ciudad de Quebec, la ruptura del orden democrático o una alteración del orden constitucional que afecte gravemente el orden democrático en un Estado Miembro constituye, mientras persista, un obstáculo insuperable para la participación de su gobierno en las sesiones de la Asamblea General, de la Reunión de Consulta, de los Consejos de la Organización y de las conferencias especializadas, de las comisiones, grupos de trabajo y demás órganos de la Organización.

Artículo 20

En caso de que en un Estado Miembro se produzca una alteración del orden constitucional que afecte gravemente su orden democrático, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá solicitar la convocatoria inmediata del Consejo Permanente para realizar una apreciación colectiva de la situación y adoptar las decisiones que estime conveniente.

El Consejo Permanente, según la situación, podrá disponer la realización de las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Si las gestiones diplomáticas resultaren infructuosas o si la urgencia del caso lo aconsejare, el Consejo Permanente convocará de inmediato un período extraordinario de sesiones de la Asamblea General para que ésta adopte las decisiones que estime apropiadas, incluyendo gestiones diplomáticas, conforme a la Carta de la Organización, el derecho internacional y las disposiciones de la presente Carta Democrática.

Durante el proceso se realizarán las gestiones diplomáticas necesarias, incluidos los buenos oficios, para promover la normalización de la institucionalidad democrática.

Artículo 21

Cuando la Asamblea General, convocada a un período extraordinario de sesiones, constate que se ha producido la ruptura del orden democrático en un Estado Miembro y que las gestiones diplomáticas han sido infructuosas, conforme a la Carta de la OEA tomará la decisión de suspender a dicho Estado Miembro del ejercicio de su derecho de participación en la OEA con el voto afirmativo de los dos tercios de los Estados Miembros. La suspensión entrará en vigor de inmediato.

El Estado Miembro que hubiera sido objeto de suspensión deberá continuar observando el cumplimiento de sus obligaciones como miembro de la Organización, en particular en materia de derechos humanos.

Adoptada la decisión de suspender a un gobierno, la Organización mantendrá sus gestiones diplomáticas para el restablecimiento de la democracia en el Estado Miembro afectado.

Artículo 22

Una vez superada la situación que motivó la suspensión, cualquier Estado Miembro o el Secretario General podrá proponer a la Asamblea General el levantamiento de la suspensión. Esta decisión se adoptará por el voto de los dos tercios de los Estados Miembros, de acuerdo con la Carta de la OEA.

V La democracia y las misiones de observación electoral

Artículo 23

Los Estados Miembros son los responsables de organizar, llevar a cabo y garantizar procesos electorales libres y justos.

Los Estados Miembros, en ejercicio de su soberanía, podrán solicitar a la OEA asesoramiento o asistencia para el fortalecimiento y desarrollo de sus instituciones y procesos electorales, incluido el envío de misiones preliminares para ese propósito.

Artículo 24

Las misiones de observación electoral se llevarán a cabo por solicitud del Estado Miembro interesado. Con tal finalidad, el gobierno de dicho Estado y el Secretario General celebrarán un convenio que determine el alcance y la cobertura de la misión de observación electoral de que se trate. El Estado Miembro deberá garantizar las condiciones de seguridad, libre acceso a la información y amplia cooperación con la misión de observación electoral.

Las misiones de observación electoral se realizarán de conformidad con los principios y normas de la OEA. La Organización deberá asegurar la eficacia e independencia de estas misiones, para lo cual se las dotará de los recursos necesarios. Las mismas se realizarán de forma objetiva, imparcial y transparente, y con la capacidad técnica apropiada.

Las misiones de observación electoral presentarán oportunamente al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, los informes sobre sus actividades.

Artículo 25

Las misiones de observación electoral deberán informar al Consejo Permanente, a través de la Secretaría General, si no existiesen las condiciones necesarias para la realización de elecciones libres y justas.

La OEA podrá enviar, con el acuerdo del Estado interesado, misiones especiales a fin de contribuir a crear o mejorar dichas condiciones.

VI Promoción de la cultura democrática

Artículo 26

La OEA continuará desarrollando programas y actividades dirigidos a promover los principios y prácticas democráticas y fortalecer la cultura democrática en el Hemisferio, considerando que la democracia es un sistema de vida fundado en la libertad y el mejoramiento económico, social y cultural de los pueblos. La OEA mantendrá consultas y cooperación continua con los Estados Miembros, tomando en cuenta los aportes de organizaciones de la sociedad civil que trabajen en esos ámbitos.

Artículo 27

Los programas y actividades se dirigirán a promover la gobernabilidad, la buena gestión, los valores democráticos y el fortalecimiento de la institucionalidad política y de las organizaciones de la sociedad civil. Se prestará atención especial al desarrollo de programas y actividades para la educación de la niñez y la juventud como forma de asegurar la permanencia de los valores democráticos, incluidas la libertad y la justicia social.

Artículo 28

Los Estados promoverán la plena e igualitaria participación de la mujer en las estructuras políticas de sus respectivos países como elemento fundamental para la promoción y ejercicio de la cultura democrática.

EL ACUERDO NACIONAL

El 22 de julio de 2002, los representantes de las organizaciones políticas, religiosas, del Gobierno y de la sociedad civil firmaron el compromiso de trabajar, todos, para conseguir el bienestar y desarrollo del país. Este compromiso es el Acuerdo Nacional.

El acuerdo persigue cuatro objetivos fundamentales. Para alcanzarlos, todos los peruanos de buena voluntad tenemos, desde el lugar que ocupemos o el rol que desempeñemos, el deber y la responsabilidad de decidir, ejecutar, vigilar o defender los compromisos asumidos. Estos son tan importantes que serán respetados como políticas permanentes para el futuro.

Por esta razón, como niños, niñas, adolescentes o adultos, ya sea como estudiantes o trabajadores, debemos promover y fortalecer acciones que garanticen el cumplimiento de esos cuatro objetivos que son los siguientes:

1. Democracia y Estado de Derecho

La justicia, la paz y el desarrollo que necesitamos los peruanos sólo se pueden dar si conseguimos una verdadera democracia. El compromiso del Acuerdo Nacional es garantizar una sociedad en la que los derechos son respetados y los ciudadanos viven seguros y expresan con libertad sus opiniones a partir del diálogo abierto y enriquecedor; decidiendo lo mejor para el país.

2. Equidad y Justicia Social

Para poder construir nuestra democracia, es necesario que cada una de las personas que conformamos esta socie-

dad, nos sintamos parte de ella. Con este fin, el Acuerdo promoverá el acceso a las oportunidades económicas, sociales, culturales y políticas. Todos los peruanos tenemos derecho a un empleo digno, a una educación de calidad, a una salud integral, a un lugar para vivir. Así, alcanzaremos el desarrollo pleno.

3. Competitividad del País

Para afianzar la economía, el Acuerdo se compromete a fomentar el espíritu de competitividad en las empresas, es decir, mejorar la calidad de los productos y servicios, asegurar el acceso a la formalización de las pequeñas empresas y sumar esfuerzos para fomentar la colocación de nuestros productos en los mercados internacionales.

4. Estado Eficiente, Transparente y Descentralizado

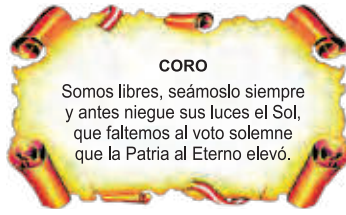
Es de vital importancia que el Estado cumpla con sus obligaciones de manera eficiente y transparente para ponerse al servicio de todos los peruanos. El Acuerdo se compromete a modernizar la administración pública, desarrollar instrumentos que eliminen la corrupción o el uso indebido del poder. Asimismo, descentralizar el poder y la economía para asegurar que el Estado sirva a todos los peruanos sin excepción.

Mediante el Acuerdo Nacional nos comprometemos a desarrollar maneras de controlar el cumplimiento de estas políticas de Estado, a brindar apoyo y difundir constantemente sus acciones a la sociedad en general.

SÍMBOLOS DE LA PATRIA



Bandera Nacional



Himno Nacional



Escudo Nacional

DECLARACIÓN UNIVERSAL DE LOS DERECHOS HUMANOS

El 10 de diciembre de 1948, la Asamblea General de las Naciones Unidas aprobó y proclamó la Declaración Universal de Derechos Humanos, cuyos artículos figuran a continuación:

Artículo 1

Todos los seres humanos nacen libres e iguales en dignidad y derechos y, (...) deben comportarse fraternalmente los unos con los otros.

Artículo 2

Toda persona tiene los derechos y libertades proclamados en esta Declaración, sin distinción alguna de raza, color, sexo, idioma, religión, opinión política o de cualquier otra índole, origen nacional o social, posición económica, nacimiento o cualquier otra condición. Además, no se hará distinción alguna fundada en la condición política, jurídica o internacional del país o territorio de cuya jurisdicción dependa una persona (...).

Artículo 3

Todo individuo tiene derecho a la vida, a la libertad y a la seguridad de su persona.

Artículo 4

Nadie estará sometido a esclavitud ni a servidumbre; la esclavitud y la trata de esclavos están prohibidas en todas sus formas.

Artículo 5

Nadie será sometido a torturas ni a penas o tratos crueles, inhumanos o degradantes.

Artículo 6

Todo ser humano tiene derecho, en todas partes, al reconocimiento de su personalidad jurídica.

Artículo 7

Todos son iguales ante la ley y tienen, sin distinción, derecho a igual protección de la ley. Todos tienen derecho a igual protección contra toda discriminación que infrinja esta Declaración (...).

Artículo 8

Toda persona tiene derecho a un recurso efectivo, ante los tribunales nacionales competentes, que la ampare contra actos que violen sus derechos fundamentales (...).

Artículo 9

Nadie podrá ser arbitrariamente detenido, preso ni desterrado.

Artículo 10

Toda persona tiene derecho, en condiciones de plena igualdad, a ser oída públicamente y con justicia por un tribunal independiente e imparcial, para la determinación de sus derechos y obligaciones o para el examen de cualquier acusación contra ella en materia penal.

Artículo 11

1. Toda persona acusada de delito tiene derecho a que se presuma su inocencia mientras no se pruebe su culpabilidad (...).
2. Nadie será condenado por actos u omisiones que en el momento de cometerse no fueron delictivos según el Derecho nacional o internacional. Tampoco se impondrá pena más grave que la aplicable en el momento de la comisión del delito.

Artículo 12

Nadie será objeto de injerencias arbitrarias en su vida privada, su familia, su domicilio o su correspondencia, ni de ataques a su honra o a su reputación. Toda persona tiene derecho a la protección de la ley contra tales injerencias o ataques.

Artículo 13

1. Toda persona tiene derecho a circular libremente y a elegir su residencia en el territorio de un Estado.
2. Toda persona tiene derecho a salir de cualquier país, incluso el propio, y a regresar a su país.

Artículo 14

1. En caso de persecución, toda persona tiene derecho a buscar asilo, y a disfrutar de él, en cualquier país.
2. Este derecho no podrá ser invocado contra una acción judicial realmente originada por delitos comunes o por actos opuestos a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

Artículo 15

1. Toda persona tiene derecho a una nacionalidad.
2. A nadie se privará arbitrariamente de su nacionalidad ni del derecho a cambiar de nacionalidad.

Artículo 16

1. Los hombres y las mujeres, a partir de la edad núbil, tienen derecho, sin restricción alguna por motivos de raza, nacionalidad o religión, a casarse y fundar una familia (...).
2. Sólo mediante libre y pleno consentimiento de los futuros esposos podrá contraerse el matrimonio.
3. La familia es el elemento natural y fundamental de la sociedad y tiene derecho a la protección de la sociedad y del Estado.

Artículo 17

1. Toda persona tiene derecho a la propiedad, individual y colectivamente.
2. Nadie será privado arbitrariamente de su propiedad.

Artículo 18

Toda persona tiene derecho a la libertad de pensamiento, de conciencia y de religión (...).

Artículo 19

Todo individuo tiene derecho a la libertad de opinión y de expresión (...).

Artículo 20

1. Toda persona tiene derecho a la libertad de reunión y de asociación pacíficas.
2. Nadie podrá ser obligado a pertenecer a una asociación.

Artículo 21

1. Toda persona tiene derecho a participar en el gobierno de su país, directamente o por medio de representantes libremente escogidos.
2. Toda persona tiene el derecho de acceso, en condiciones de igualdad, a las funciones públicas de su país.
3. La voluntad del pueblo es la base de la autoridad del poder público; esta voluntad se expresará mediante elecciones auténticas que habrán de celebrarse periódicamente, por sufragio universal e igual y por voto secreto u otro procedimiento equivalente que garantice la libertad del voto.

Artículo 22

Toda persona (...) tiene derecho a la seguridad social, y a obtener, (...) habida cuenta de la organización y los recursos de cada Estado, la satisfacción de los derechos económicos, sociales y culturales, indispensables a su dignidad y al libre desarrollo de su personalidad.

Artículo 23

1. Toda persona tiene derecho al trabajo, a la libre elección de su trabajo, a condiciones equitativas y satisfactorias de trabajo y a la protección contra el desempleo.
2. Toda persona tiene derecho, sin discriminación alguna, a igual salario por trabajo igual.
3. Toda persona que trabaja tiene derecho a una remuneración equitativa y satisfactoria, que le asegure, así como a su familia, una existencia conforme a la dignidad humana y que será completada, en caso necesario, por cualesquiera otros medios de protección social.
4. Toda persona tiene derecho a fundar sindicatos y a sindicarse para la defensa de sus intereses.

Artículo 24

Toda persona tiene derecho al descanso, al disfrute del tiempo libre, a una limitación razonable de la duración del trabajo y a vacaciones periódicas pagadas.

Artículo 25

1. Toda persona tiene derecho a un nivel de vida adecuado que le asegure, así como a su familia, la salud y el bienestar, y en especial la alimentación, el vestido, la vivienda, la asistencia médica y los servicios sociales necesarios; tiene asimismo derecho a los seguros en caso de desempleo, enfermedad, invalidez, viudez, vejez y otros casos de pérdida de sus medios de subsistencia por circunstancias independientes de su voluntad.
2. La maternidad y la infancia tienen derecho a cuidados y asistencia especiales. Todos los niños, nacidos de matrimonio o fuera de matrimonio, tienen derecho a igual protección social.

Artículo 26

1. Toda persona tiene derecho a la educación. La educación debe ser gratuita, al menos en lo concerniente a la instrucción elemental y fundamental. La instrucción elemental será obligatoria. La instrucción técnica y profesional habrá de ser generalizada; el acceso a los estudios superiores será igual para todos, en función de los méritos respectivos.
2. La educación tendrá por objeto el pleno desarrollo de la personalidad humana y el fortalecimiento del respeto a los derechos humanos y a las libertades fundamentales; favorecerá la comprensión, la tolerancia y la amistad entre todas las naciones y todos los grupos étnicos o religiosos; y promoverá el desarrollo de las actividades de las Naciones Unidas para el mantenimiento de la paz.
3. Los padres tendrán derecho preferente a escoger el tipo de educación que habrá de darse a sus hijos.

Artículo 27

1. Toda persona tiene derecho a tomar parte libremente en la vida cultural de la comunidad, a gozar de las artes y a participar en el progreso científico y en los beneficios que de él resulten.
2. Toda persona tiene derecho a la protección de los intereses morales y materiales que le correspondan por razón de las producciones científicas, literarias o artísticas de que sea autora.

Artículo 28

Toda persona tiene derecho a que se establezca un orden social e internacional en el que los derechos y libertades proclamados en esta Declaración se hagan plenamente efectivos.

Artículo 29

1. Toda persona tiene deberes respecto a la comunidad (...).
2. En el ejercicio de sus derechos y en el disfrute de sus libertades, toda persona estará solamente sujeta a las limitaciones establecidas por la ley con el único fin de asegurar el reconocimiento y el respeto de los derechos y libertades de los demás, y de satisfacer las justas exigencias de la moral, del orden público y del bienestar general en una sociedad democrática.
3. Estos derechos y libertades no podrán en ningún caso ser ejercidos en oposición a los propósitos y principios de las Naciones Unidas.

Artículo 30

Nada en la presente Declaración podrá interpretarse en el sentido de que confiere derecho alguno al Estado, a un grupo o a una persona, para emprender y desarrollar actividades (...) tendientes a la supresión de cualquiera de los derechos y libertades proclamados en esta Declaración.